Alexander Zirek

Berechnung

der

Schwungräder

und

Centrifugalregulatoren.

Elementare Darstellung mit erläuternden Rechnungsbeispielen

von

JOS. KESSLER,
Ingenieur.

Mit 33 in den Text gedruckten Abbildungen.

Verlag von
Otto Pezoldt, Techn. Buchhandlung.
Hildburghausen 1896.

Alexander Zirek

TECHNISCHE LEHRHEFTE.

Maschinenbau. Heft 6b.

Berechnung

der

Schwungräder

und

Centrifugalregulatoren.

Elementare Darstellung mit erläuternden Rechnungsbeispielen

von

JOS. KESSLER,
Ingenieur.

Mit 33 in den Text gedruckten Abbildungen.

Verlag von
Otto Pezoldt, Techn. Buchhandlung.
Hildburghausen 1896.

Inhalt.

I. Teil.

Schwungrad.

II. Teil.

Centrifugalregulatoren.

Vorbemerkungen.

Alle Reguliermittel haben den Zweck, innerhalb der betreffenden Maschine einen Ausgleich der motorischen Arbeit mit der Arbeit der Widerstände zu bewirken, damit die Geschwindigkeit, mit welcher die Maschine sich bewegt, eine möglichst gleichförmige werde.

Gewöhnlich findet der Zuflufs der motorischen (antreibenden) Kraft nicht gleichförmig statt, manche Reguliermittel wirken sogar unmittelbar auf den Kraftzuflufs ein. Eine zweite Quelle der Ungleichförmigkeit ist die Veränderlichkeit des von der Maschine zu bewältigenden Nutz-Widerstandes. Aber selbst bei völlig gleichförmigem Zuflusse der Antriebskraft und bei völlig gleichförmigem Widerstande treten in den meisten Maschinen noch Schwankungen der Geschwindigkeit auf, welche durch die Art der Übertragung bedingt sind, dieselben kehren daher periodisch wieder.

Da die Reguliermittel meistens von der eigenen Maschine den Antrieb empfangen, so können sie erst regulierend eingreifen, wenn eine Ungleichförmigkeit im Gange der Maschine bereits eingetreten ist, sie können diese Ungleichförmigkeit nicht im Entstehen unterdrücken und leiden daher alle an einem unheilbaren Fehler. Es wird deshalb nie möglich sein, eine absolute Gleichförmigkeit des Ganges einer Maschine herzustellen; man hat sich vielmehr mit einem gewissen Grade der Gleichförmigkeit, der dem Zwecke der Maschine angepafst erscheint, zu begnügen. Bezeichnet V_1 die gröfste vorkommende Geschwindigkeit, V_2 die kleinste und V die mittlere, so nennt man

$$\left.\begin{array}{ll} \dfrac{V}{V_1 - V_2} = \delta & \text{den Gleichförmigkeitsgrad} \\ \text{und umgekehrt} \quad \dfrac{V_1 - V_2}{V} = \dfrac{1}{\delta} & \text{den Ungleichförmigkeitsgrad.} \end{array}\right\} \quad \ldots \quad \text{I}$$

Die mittlere Geschwindigkeit ist das arithmetische Mittel aus der gröfsten und kleinsten Geschwindigkeit.

$$V = \frac{V_1 + V_2}{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{II}$$

An der Dampfmaschine sind gewöhnlich zwei Reguliermittel angebracht: das Schwungrad und der Centrifugalregulator oder Regulator im engeren Sinne des Wortes. Das Schwungrad soll diejenigen Schwankungen ausgleichen (oder

vielmehr verflachen), welche durch die Übertragungsweise, das heifst durch die Natur des Kurbelgetriebes, sowie durch die Veränderlichkeit des Kolbendrucks infolge der Expansion etc. bedingt sind. Das Schwungrad ist also auch bei solchen Maschinen nötig, bei welchen Widerstand und Kraftzuflufs durchaus gleichförmig sind, während die Centrifugalregulatoren nur an solchen Maschinen angebracht werden müssen, bei welchen einer Veränderlichkeit des Widerstandes Rechnung zu tragen ist. Diese Regulatoren wirken entweder auf eine sogenannte Drosselvorrichtung oder auf die Steuerung der Maschine ein; im ersten Falle wird die Regulierung bewirkt durch Änderung des Querschnittes, durch welchen der Dampf zufliefst, im zweiten Falle wird durch eine Stellungsänderung des Regulators der Füllungsgrad des Dampfcylinders geändert.

I. Teil.

Schwungrad.

1. Druckdiagramm für die Volldruckmaschine.

Zunächst soll hier die **Volldruckmaschine** betrachtet werden, das heiſst, der Kolbendruck P wird als konstant angesehen. Der Ausschlagwinkel der Pleuelstange wird vorläufig vernachlässigt, ihre Länge also unendlich groſs gesetzt, so daſs die Kolbenkraft P zur Anfangsrichtung oder zur Achse des Cylinders parallel bleibt und der Kolbenweg gleich der Projektion $B E_1$ des Kurbelzapfenweges B E auf die Hublinie zu rechnen ist. Bei jeder Stellung der Kurbel zerlegt sich P in die Komponenten p und q, so daſs p normal zum Kurbelarme r steht, und q in die Richtung des Kurbelarmes fällt. Fig. 1. Alsdann erzeugt p das Moment der Welle, während q mit der Bewegung nichts zu schaffen hat und nur eine Beanspruchung des Kurbelarmes auf Zug oder Druck herbeiführt. Es ist:

Fig. 1.

$$p = P.\sin\alpha \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 1$$
$$q = P\cos\alpha$$

Die Tangentialkraft p ändert sich also mit dem Winkel α und man kann diese Veränderlichkeit leicht bildlich darstellen, wenn man nur die Wege s des Kurbelzapfens als Abscissen und die jeweiligen Kräfte p als Ordinaten aufträgt. Der Winkel α wird im Sinne der Kurbeldrehung gemessen von dem toten Punkte B an, welcher dem Cylinder zunächst liegt.

In Fig. 2 bedeutet also B C den Weg des Kurbelzapfens für eine volle Umdrehung, $B C = 2 r \pi$, während B E den Weg s bezeichnet, der zu einem beliebigen Drehwinkel α der Kurbel gehört. In E ist die Kraft $p = P \sin\alpha$ als Ordinate aufgetragen. Verbindet man die Endpunkte aller p miteinander, so erhält man die beiden Bogen B F D, D H C, welche das Wachsen und Abnehmen von p deutlich erkennen lassen.

Dreht sich von E aus die Kurbel um den unendlich kleinen Winkel $d\alpha$ oder der Zapfen um den unendlich kleinen Bogen d s weiter, so kann man ohne Fehler annehmen, daſs p während dessen ungeändert geblieben sei. Die von p

Fig. 2.

hierbei geleistete Arbeit ist also p. ds und stellt sich in der Fig. 2 dar, als Inhalt des schraffierten senkrechten Flächenstreifchens, dessen Grundlinie ds und dessen Höhe p ist und welches als Rechteck angesehen wird.

Summiert man die Flächeninhalte aller dieser Flächenstreifen, aus welchen man sich die Figur zusammengesetzt denkt, so erhält man den Gesamtinhalt der beiden Segmente B F D, D H C, oder was dasselbe ist, die mechanische Arbeit der variabelen Kraft p bei einer ganzen Umdrehung der Kurbel.

Hat man die Figur wirklich gezeichnet und die Fläche ausgemessen, so kommt man zu der Überzeugung, dafs die Arbeit der Kraft p ebenso grofs ist, wie die gleichzeitige Arbeit von P.*) Letztere hat offenbar den Wert P. 4 r. **Die mechanische Arbeit der Kraft P wird demnach ohne jeden Verlust auf die Welle übertragen** und zwar gilt dieses nicht nur für eine volle Umdrehung der Kurbel, sondern auch für jeden beliebigen Teil eines Umlaufes.

Denkt man sich die Arbeit der variablen Kraft p ersetzt durch die einer konstanten Kraft P_m, so hat man auch letztere gleich der Kolbenarbeit zu setzen. Mithin ist:

$$P_m \cdot 2 r \pi = 4 P r. \quad \text{Folglich}$$

$$P_m = \frac{2}{\pi} P = 0{,}636\, P \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 2$$

---

*) Diese Arbeit von p ist zu berechnen aus: $\int_0^{2 r \pi} p . ds$, wobei $p = P \sin \alpha$ und $ds = r . d\alpha$ zu setzen ist. Es folgt: $2 \int_0^{\pi} P \sin \alpha . r . d\alpha = 4 P r$.

Diesen mittleren Wert von p kann man als den auf den Kurbelkreis reduzierten (gleichförmigen) Nutzwiderstand ansehen. Zieht man im Diagramm im Abstande P_m von der Grundlinie eine Horizontale, so ist der Inhalt des Rechtecks (B C) · P_m die Arbeit des Nutzwiderstandes, mithin hat dieses Rechteck gleichen Iuhalt mit den Segmenten B F D + D H C.

In den 4 Punkten J K R S schneidet die Linie des mittleren Druckes die Bogen der variablen Kraft p. In diesen Punkten ist also die treibende Kraft p gleich dem Widerstande P_m. So lange die Kraft p kleiner ist als der Widerstand P_m, mufs die Geschwindigkeit eine Verzögerung erfahren; erheht sich aber p über P_m, so erfolgt Beschleunigung. Beschleunigungsperioden liegen also zwischen J und K und zwischen R und S, während von K bis R und von S bis J Verzögerung herrscht. Da nun am Ende einer Verzögerungsperiode die Geschwindigkeit ein Minimum erreicht und umgekehrt am Schlusse einer Beschleunigungsperiode ein Maximum erlangt, so wird eine auf den Weg bezogene Geschwindigkeitskurve die Form T U haben.

Fig 3.

Die vier wichtigen Punkte J, K, R, S ergeben sich sofort, wenn man $p = P_m$ setzt, oder

$P. \sin \alpha = 0{,}636$ P.

Hieraus folgt:

$\sin \alpha = 0{,}636$

$\sphericalangle \alpha_0 = 39^0\, 30'$ 3

Die vier Punkte J K R S liegen symmetrisch zur Cylinderachse oder zu den toten Punkten wie Fig. 3 zeigt.

2. Bestimmung des Ringgewichtes.

Ist V_1 die gröfste Geschwindigkeit des Schwungringes, in met. so ist seine gröfste lebendige Kraft, wenn noch G sein Gewicht ist: $\frac{G}{g} \cdot \frac{V_1^2}{2}$.

Die Beschleunigung der Schwere ist $g = 9{,}81^m$ zu setzen.

Ist ferner V_2 die Minimalgeschwindigkeit, so ist die entsprechende lebendige Kraft: $\frac{G}{g} \cdot \frac{V_2^2}{2}$.

Die Differenz, oder die Schwankung in der lebendigen Kraft ist also:

$$A = \frac{G}{g} \cdot \frac{V_1^2 - V_2^2}{2}$$

Diese Schwankung erscheint im Diagramm als der Inhalt der Flächen J F K oder K D R oder R H S oder S C W_1 + W B J.

Die Fläche J K F oder R H S stellt den Überschufs der motorischen Arbeit über die Widerstandsarbeit dar. Durch diesen Arbeitsüberschufs wurde V_2 auf V_1 gesteigert, der Arbeitsüberschufs wurde von der Schwungmasse aufgenommen. Die Fläche K D R stellt die Arbeit dar, welche die motorische

Kraft weniger leistet, als der Widerstand P_m. Durch dieses Manko wird V_1 wieder auf V_2 herabgezogen, die Schwungmasse giebt dementsprechend Arbeit ab. Man hat also Fläche

$$J\,F\,K = A = \frac{G}{g} \cdot \frac{V_1{}^2 - V_2{}^2}{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 4$$

zu setzen.

Durch Ausmessung (oder auch durch höhere Rechnung) ist nun festzustellen, dafs die Fläche J F K etwa 0,21 von der des Segmentes B F D oder die Hälfte von 0,21, das heifst 0,105 vom Rechtecke $P_m \cdot 2\,r\,\pi$ ist. Demnach ist

$$0{,}105 \cdot P_m \cdot 2\,r\,\pi = A = \frac{G}{g} \cdot \frac{V_1{}^2 - V_2{}^2}{2}$$

Nun ist $P_m \cdot r$ das mittlere Moment, welches auch (für met.) durch $716{,}2\,\frac{N}{n}$ auszudrücken ist, wo N die Pferdezahl, n die minutliche Tourenzahl. Setzt man noch $V_1{}^2 - V_2{}^2 = (V_1 + V_2)\,(V_1 - V_2)$ so folgt:

$$0{,}105 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 716{,}2\,\frac{N}{n} = \frac{G}{g} \cdot \frac{(V_1 + V_2)}{2}\,(V_2 - V_1)$$

Es ist aber $\frac{V_1 + V_2}{2}$ die mittlere Geschwindigkeit V und $V_1 - V_2$ kann man nach Formel I gleich $\frac{V}{\delta}$ setzen. Mit Rücksicht darauf hat man

$$0{,}105 \cdot 2\,\pi \cdot 716{,}2\,\frac{N}{n} = \frac{G}{g} \cdot \frac{V^2}{\delta}$$

woraus folgt:

$$G = 4640 \cdot \frac{N.\ \delta}{V^2.\ n} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 5$$

Berücksichtigt man den Ausschlag der Pleuelstange, so nimmt das Diagramm des Kurbeldruckes p die punktierte Gestalt an und ebenso ändert sich die Geschwindigkeitskurve in der angedeuteten Weise. Die Punkte K und R rücken auseinander, Fläche K D R vergröfsert sich; die Punkte S und J rücken zusammen, Fläche S C B J*) verkleinert sich. Bei R wird V_{min} noch weiter herabgezogen, ebenso sinkt V_{max} bei S. Dagegen hebt sich V_{min} bei J, sowie V_{max} bei K. Mithin ist der Unterschied zwischen V_1 und V_2 an dem dem Cylinder abgewandten toten Punkte gröfser (und damit auch der Ungleichförmigkeitsgrad) als an dem dem Cylinder zunächst liegenden toten Punkte. Man berechnet das Schwungrad also nach dem gröfseren Werte von A, das heifst nach der Fläche K D R. Bei dem gebräuchlichen Verhältnisse der Pleuellänge L zur Kurbellänge r, bei $\frac{L}{r} = 5$, wird dann die Konstante 4640 zu 5690.

3. Diagramm für die Expansionsmaschine. Ringgewicht.

Nach dem Vorangegangenen ist es nicht schwierig, das Diagramm für eine **Expansionsmaschine** zu zeichnen und daraus das Gewicht G des Schwungringes zu bestimmen. Zunächst ist es nötig, das Dampfspannungs- oder das Indikatordiagramm zu zeichnen, wobei die Rücklaufslinie, oder die Linie des Gegendruckes herumzulegen ist. Die Ordinaten der Fläche A B C bedeuten alsdann negative Kräfte. Fig. 4.

---

*) Das heifst $S\,C\,W_1 + W\,B\,J$.

Im Diagramm des Kurbeldruckes ändert sich jetzt offenbar p nicht blos wegen Änderung des Winkels α, sondern auch wegen Änderung der Kolbenkraft P. An einer beliebigen Stelle ist jetzt:

$$p_x = P_x \cdot \sin \alpha \cdot = P_x \sin \alpha' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 6$$

Da nun nach dem Diagramm der Volldruckmaschine $p = P \cdot \sin \alpha$ ist, so hat man:

$$\frac{p_x}{p} = \frac{P_x}{P} \quad . \quad . \quad 7$$

und man kann mit Hilfe dieser Proportion das neue Diagramm aus dem alten ableiten, auch bei Berücksichtigung des Pleuelstangenausschlags.

Zieht man also in Fig. 5 bei E eine Ordinate und macht man C Z = P, so findet man p_x wie die Figur zeigt, wenn man ZY = P_x aus dem Indikatordiagramm Fig. 4 überträgt, vorausgesetzt, dafs die Ordinaten des Indikatordiagramms nicht Dampfspannungen, sondern Kolbenkraft bedeuten und in demselben Mafsstabe gezeichnet sind, wie die des Kurbeldruckdiagramms. Den zur Kurbelstellung E gehörigen Kolbenstand x findet man leicht, indem man das ganze Kurbelgetriebe in der betreffenden Lage verzeichnet. Man teilt den Umfang des Kurbelkreises (Fig. 4) in gleiche Teile 0 I, I II, II III etc. und schlägt durch diese Teilpunkte Bogen mit der Pleuellänge als Radius; Zirkeleinsatz auf der Hublinie. Die Punkte 1 2 3 etc. sind sodann die Kolbenstellungen, welche zu den Kurbelzapfenstellungen I II III etc. gehören. Nach einer andern, sehr einfachen Konstruktionsweise trägt man die Kolbenkräfte P_x vom Mittelpunkte des Kurbelkreises an auf die betreffenden Kurbelstellungen auf, das heifst, man konstruiert zuerst das Diagramm der Kräfte P_x in Polarkoordinaten. Die Vertikalprojektionen jener Strecken P_x sind dann die Ordinaten des Kurbeldruck-Diagrammes, denn sie haben die Gröfse $P_x \cdot \sin \alpha$. (Fig. 4.)

In Fig. 5, welche das Diagramm für eine Expansionsmaschine darstellt, ist wieder in der Höhe P_m die Horizontale des mittleren Druckes oder des auf den Kurbelkreis reduzierten gleichförmigen Widerstandes gezeichnet, so dafs der

Fig. 5.

Flächeninhalt des Rechtecks $(2\,r\,\pi)\,P_m$ gleich dem Inhalte der beiden Bogendreiecke ist. Man sieht sofort, dafs der Inhalt der Spitze J F K jetzt **verhältnismäfsig** viel gröfser ist als bei der Volldruckmaschine und zwar um so gröfser, je kleiner der Füllungsgrad.

Der Flächeninhalt der Spitze J F K (Überschufsarbeit) oder der Spitze K D R (fehlende Arbeit) beträgt demnach nicht mehr 0,105 vom Rechtecke $2\,r\,\pi\,P_m$, sondern ist jetzt $m \cdot 2\,r\,\pi\,P_m$, wo m ein vom Füllungsgrade abhängiger Koëfficient ist, dessen Wert also gröfser als 1 sein mufs.

Ist ε der Füllungsgrad der Maschine, so sind die zugehörigen Werte von m die nachstehenden

$$\varepsilon = 1 \quad 0{,}8 \quad {}^2\!/_3 \quad 0{,}5 \quad {}^1\!/_3 \quad 0{,}2$$
$$m = 1 \quad 1{,}045 \quad 1{,}16 \quad 1{,}3 \quad 1{,}47 \quad 1{,}86.^{*)}$$

Bei Ermittelung dieser Zahlen wurde der Ausschlagwinkel der Pleuelstange vernachlässigt, die Stangenlänge also $= \infty$ gesetzt. Streng genommen hängt m noch ab von dem Verhältnis der Spannung des abziehenden Dampfes zur Admissionsspannung sowie von der Gröfse der Kompression.

Formel (7) nimmt also mit Rücksicht auf den Füllungsgrad die Gestalt an:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{bei } \dfrac{L}{r} = \infty & G = \dfrac{m \cdot 4640 \cdot N \cdot \delta}{V^2 \cdot n} \\ \text{bei } \dfrac{L}{r} = 5 & G = \dfrac{m_1\, 5690 \cdot N \cdot \delta}{V^2 \cdot n} \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 8$$

Die Faktoren m_1 bei $\frac{L}{r} = 5$ sind nur annährend gleich den oben angegebenen Faktoren m. Soll eine ganz genaue Bestimmung von G unter Voraussetzung von δ erfolgen, so zeichnet man am besten für den vorliegenden Fall das Diagramm wirklich auf, wobei man noch die hin und hergehenden Massen berücksichtigen kann.

*) Diese Werte m wurden ermittelt für eine Auspuffmaschine. Admissionsspannung = 5 at; Abdampf = 1,1 at. Bei Berücksichtigung der hin- und hergehenden Massen stellt sich m etwas kleiner. Man rechnet oft bei $\varepsilon = 1 \quad 0{,}8 \quad 0{,}6 \quad 0{,}5 \quad {}^1\!/_3 \quad 0{,}2 \quad 0{,}15.$
$m = 1 \quad 1{,}03 \quad 1{,}12 \quad 1{,}17 \quad 1{,}36 \quad 1{,}66 \quad 1{,}87.$

4. Diagramme für zwei Zweicylindermaschinen.

Diagramme für **Zweicylindermaschinen** sind nach dem Vorangegangenen leicht zu verzeichnen. Aus dem Dampfdruckdiagramm eines jeden Zylinders leite man das Kurbeldruck-Diagramm her. Alsdann reduziere man das eine Diagramm nach Maſsgabe der Kolbenhublängen, sofern diese ungleich sein sollten. Ist r_1 die gröſsere, r_2 die kleinere Kurbellänge und will man r_2 der Zeichnung zu Grunde legen, so vermindern sich die Abscissen des Diagramms für r_1 im Verhältnis $\frac{r_2}{r_1}$, so daſs man die Ordinaten im Verhältnis $\frac{r_1}{r_2}$ zu vergröſsern hat.

Nun decke man beide Diagramme aufeinander und verschiebe das eine gegen das andere um den Winkel, unter dem die beiden Kurbeln gegen einander versetzt sind. Jetzt addiert man die Ordinaten der beiden Diagramme, und erhält durch Verbindung der Eckpunkte der neuen Ordinaten das resultierende Kurbeldruckdiagramm. Nachdem man seine Fläche berechnet und in ein Rechteck von demselben Inhalte und derselben Länge verwandelt hat, kann man die Horizontale des mittleren Druckes P_m ziehen.

Aus der Fläche eines überschieſsenden oder eines fehlenden Arbeitsstückes A kann man wieder das Ringgewicht bestimmen, indem man setzt:

$$A = \frac{G}{g} \cdot \frac{V^2}{\delta}$$

Die Gröſse A drückt man als Teil des Rechteckes $P_m 2 \cdot r_2 \pi$ aus.

Die Anzahl der Punkte mit einer Maximal- oder Minimalgeschwindigkeit hat sich jetzt verdoppelt.

Die Flächenstücke A sind hier verhältnismäſsig klein, so daſs das Gewicht G ziemlich klein ausfällt.

Fig. 6.

Für eine Zwillingsmaschine, das heiſst für eine Maschine mit völlig gleichen Zylindern ist bei ganzer Füllung und bei einer Kurbelversetzung von 90°

$$\left.\begin{array}{ll} \text{bei } \frac{L}{r} = \infty & G = \frac{465 \cdot N \cdot \delta}{V^2 \cdot n} \\ \text{bei } \frac{L}{r} = 5 & G = \frac{505 \cdot N \cdot \delta}{V^2 \cdot n} \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 9$$

Für Expansionsmaschinen multipliziere man rechts noch mit m, welcher Koëfficient vom Füllungsgrade abhängt.

Bei $\varepsilon = 1$ 0,8 $^2/_3$ 0,5 $^1/_3$ 0,2
ist m = 1 0,925 0,654 0,316 1,59 2,75

Bei Ermittelung dieser Zahlen wurde $\frac{L}{r} = \infty$ vorausgesetzt; bei $\frac{L}{r} = 5$ gelten obige Zahlen nur angenähert.*) Fig. 6 zeigt das Diagramm für eine Zwillingsmaschine, und zwar gilt die punktierte Ausführung für ganze Füllung $\varepsilon = 1$, die ausgezogenen Kurven für $\varepsilon = {}^1/_3$.

5. Einflufs der hin- und hergehenden Massen.

Bis jetzt wurde der **Einflufs der hin- und hergehenden Massen** vernachlässigt. Will man die Wirkung dieser Teile (Kolben, Kolbenstange, Kreuzkopf und ein Teil der Pleuelstange) berücksichtigen, so kann dieses bei zeichnerischer Behandlung der Aufgabe leicht geschehen. Zunächst hat man zu bedenken, dafs in der ersten Hubhälfte diese Teile in Bewegung gebracht werden müssen, wodurch Arbeit absorbiert wird. Man könnte sagen, dafs hierbei diese Teile von der Kurbel geschleppt werden müssen. In der zweiten Hubhälfte müssen jene Teile wieder zur Ruhe gebracht werden, sie geben ihre lebendige Kraft an die Kurbel wieder ab. Für die erste Hubhälfte mufs man also von den Kolbenkräften d. h. von den Ordinaten des Indikatordiagramms so viel abziehen, als zur Beschleunigung der hin- und hergehenden Teile aufzuwenden ist, während in der zweiten Hubhälfte jenen Ordinaten so viel hinzuzufügen ist, als zur Verzögerung der Geschwindigkeit jener Teile nötig ist. In der zweiten Hubhälfte drücken jene Teile auf die Kurbel. An den Hubenden sind die betreffenden Kräfte am gröfsten und nehmen, wie sich durch höhere Rechnung nachweisen läfst, nach der Mitte hin **gleichförmig** ab, sofern $\frac{L}{r} = \infty$.

Fig. 7.

In Fig. 7 ist nun dargestellt, wie sich das zur Aufzeichnung des Kurbeldruckdiagramms zu benutzende Indikatordiagramm gestaltet. Die Beschleunigung des Kreuzkopfes bei Beginn des Hubes — oder die Verzögerung am Hubende — ist $f = \frac{v^2}{r}$, wo v die Geschwindigkeit des Kurbelzapfens ist. Multipliziert man mit der Masse der hin- und hergehenden Teile, so erhält man die Kraft:

$$P_f = M \cdot f = \frac{Q}{g} \cdot \frac{v^2}{r} = \frac{Q}{g}\left(\frac{\pi n}{30}\right)^2 \cdot r \quad \ldots \quad 10$$

*) Der Unterschied ist aber bei weitem nicht so stark, wie er sich in der Tabelle, die sich noch in der 13. Auflage der „Hütte" befindet, darstellt.

Berücksichtigt man die endliche Länge der Pleuelstange, so wird P_f bei A gröfser als bei B, wenn A das der Welle abgewandte Ende des Zylinders ist und A B wird eine krumme Linie, doch kann man sie in vielen Fällen wie oben als Grade zeichnen. Genau also wäre

$$\left.\begin{array}{ll} \text{bei A} & P_f = \frac{Q}{g} \cdot \frac{v^2}{r}\left(1 + \frac{r}{L}\right) \\ \text{bei B} & P_f = \frac{Q}{r} \cdot \frac{v^2}{r}\left(1 - \frac{r}{L}\right) \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 10a$$

Das Gewicht Q der hin- und hergehenden Teile wächst natürlich mit der Gröfse der Maschine. Ist O die Kolbenfläche in qcm, so kann man nach Radinger setzen:

$Q = 0{,}28 \cdot O$ bei Auspuff-Maschinen.
$Q = 0{,}33 \cdot O$ bei Kondensations-Maschinen.

Da die Arme eines Rades ebenfalls als Schwungmassen wirken, so kann man das berechnete Ringgewicht etwas vermindern; unter gewöhnlichen Umständen kann man eine Verminderung von 8% eintreten lassen, man multipliziert also das gewonnene Resultat mit 0,92.

Der Gleichförmigkeitsgrad δ richtet sich nach den zu betreibenden Arbeitsmaschinen. Man nimmt:

für Werkstättenbetrieb $\delta = 35$.
bei Pumpen und Sägemaschinen $\delta = 20 \div 30$.
„ Mahlmühlen $\delta = 50$.
„ Webstühlen und Papierfabrikation $\delta = 30 \div 40$.
„ Spinnmaschinen je nach Feinheit des Garns $\delta = 50 - 100$.
„ Dynamomaschinen $\delta = 150$ und mehr.

Werden Dampfmaschinen auf Lager fabriziert, so giebt man dem Schwungrade einen Gleichförmigkeitsgrad $\delta = 35 \div 50$.

Wird bei einer Dampfmaschine der Füllungsgrad geändert, so ändert sich die Leistung und somit auch der mittlere Druck P_m. Da nun doch das Gewicht des Schwungrades unveränderlich ist, so folgt, dafs sich der Gleichförmigkeitsgrad δ mit der Füllung ändern mufs. **Bei einzylindrigen Maschinen sinkt δ mit wachsender Füllung.** Wegen dieser Schwankung des Gleichförmigkeitsgrades ist es eigentlich nötig, den zu δ gehörigen Füllungsgrad anzugeben. Am besten giebt man δ für den kleinsten und gröfsten Füllungsgrad der Maschine an.

Die Bestimmung des Schwungringgewichtes für eine andere, als eine doppeltwirkende Dampfmaschine geschieht in derselben Weise wie oben. Man zeichnet das Diagramm des Kurbeltriebdruckes p, sowie das Diagramm des Widerstandes; beide müssen natürlich flächeninhaltsgleich sein. Aus dem Inhalte eines überschiefsenden oder eines fehlenden Flächenstückes folgt dann G. Jenen Inhalt A drückt man als Teil der ganzen in einer Periode zum Umsatze kommenden Arbeit aus und setzt:

$$A = \frac{G}{g} \cdot \frac{V^2}{\delta}.$$

Nachstehende Figuren zeigen die Diagramme für eine Gaskraftmaschine (Viertakt), (Fig. 8) für eine einfachwirkende Dampfmaschine (Fig. 9) und für eine Pumpe, deren Kolben direkt mit dem Dampfkolben gekuppelt ist. (Fig. 10.)

6. Dimensionen des Schwungrades.

Der bis jetzt in Rechnung gezogene Radius des Schwungrades wird gewöhnlich bis zum Schwerpunkte des Kranzquerschnittes gemessen. Nach der Guldin'schen Regel ist der Inhalt des Kranzes $F \cdot 2R\pi$, wenn F die Querschnittsfläche ist. Das Kranzgewicht ist also $G = 2R \cdot \pi F \cdot \gamma$ und der Querschnitt:

$$F = \frac{G}{2 R \pi \cdot \gamma}.$$

Setzt man R in met und γ (das spezifische Gewicht) pro cbm ein, so erhält man F in qm. Will man F in qmm haben, so ist rechts noch mit 1 000 000 zu multiplizieren und man erhält:

$$F = 21{,}9 \frac{G}{R} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 11$$

Die Form des Querschnitts ist an gewisse Bedingungen geknüpft, wenn das Schwungrad zugleich zur Bewegungsübertragung dienen soll. Man berechnet in diesem Falle zuerst das Übertragungsorgan (Riemen, Seile, Zahnkranz) unter vorläufiger Abschätzung des bis zum Riemen etc. reichenden Radius R_1. Alsdann formt man den für das Übertragungsorgan geeigneten Teil des Querschnitts, und fügt soviel Fläche hinzu, bis der nötige Querschnitt F erreicht ist. Jetzt bestimmt man den Schwerpunkt des Querschnitts und kann nun den Kranz aufzeichnen.

Aber auch bei solchen Rädern, die nur als Schwungmasse dienen sollen, ist der Kranzquerschnitt nicht ganz beliebig zu formen, da man auf seine Festigkeit Rücksicht zu nehmen hat.

Fig. 11.

Das zwischen zwei Armen liegende Kranzstück kann angesehen werden als ein an beiden Enden festgespannter Träger (Fig. 11), welcher durch eine gleichförmig verteilte Last beansprucht ist. Diese Last ist die Centrifugalkraft $C = \frac{G}{g \cdot \mathfrak{A}} \cdot \frac{V^2}{R}$, wenn $\mathfrak{A}$ die Anzahl der Arme. Man hat nach der Festigkeitslehre zu setzen:

$$\frac{C \cdot l}{12} = W \cdot s \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 12$$

wenn W das Widerstandsmoment des Querschnitts, und s die Materialspannung.

Nach einer andern Anschauungsweise betrachtet man den Ring für sich, denkt also die Arme als nicht vorhanden und stellt sich vor, daſs der Ring gleich einem von innen gepreſsten Gefäſse zerrissen würde. Anstatt der radial gerichteten Kräfte kann man die Centrifugalkraft C einer Ringhälfte in Rechnung stellen, wenn man die Bruchstellen bei A und B annimmt. Fig. 12.

Fig. 12.

Die Centrifugalkraft ist: $C = \frac{G}{2 \cdot g} \frac{v^2}{x}$ und es beziehen sich v und x auf den Schwerpunkt S einer Ringhälfte. Ist R bis zum Schwerpunkt des Kranzquerschnitts gemessen, so berechnet man x genau genug als Schwerpunktsabstand eines Halbkreises vom Radius R. Demnach ist $x = \frac{2\,R}{\pi}$ und $v = \frac{x}{R} \cdot V$ oder $v = \frac{2\,V}{\pi}$. Mithin die Centrifugalkraft:

$$C = \frac{G}{2\,g} \cdot \frac{2\,V^2}{\pi\,R}$$

Da nun der Kranz mit zwei Querschnitten F trägt, so ist

$$2\,F \cdot s = \frac{G}{g} \frac{V^2}{\pi \cdot R}$$

$$\text{folglich } s = \frac{\gamma\,V^2}{g} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 13$$

Gewöhnlich ist nach dieser Anschauungsweise bei einem ausgeführten Rade die Sicherheit gröſser als nach der in Formel (12) enthaltenen Vorstellung.

Man kann mit Recht auch annehmen, daſs sich für die Zugseite des Querschnitts beide Spannungen vereinigen, so daſs die Gesamtspannung aus der Summe der Werte s aus (12) und (13) besteht.

Den Radius eines Schwungrades nimmt man der Kurbellänge proportinal und macht

bei Balanciermaschinen $R = 3\,r \div 3{,}5\,r$
„ Maschinen ohne Balancier $R = 3{,}5\,r \div 5\,r$
„ Woolff'schen Maschinen $R = 3{,}5\,r \div 4\,r$
„ Zwillingsmaschinen $R = 2\,r \div 3\,r$.

Wird nach Rechnung der Schwungring zu plump, so nehme man R gröſser; umgekehrt hat man R kleiner zu nehmen, wenn V zu groſs ausfällt.

Die Umfangsgeschwindigkeit V lasse man nicht über 25 bis 30 m gehen, bei Maschinen mittlerer Gröfse beträgt V meistens 10 ÷ 12 m, bei kleinen Maschinen noch weniger.

Die Arme eines Schwungrades sind auf Biegung und Zug beansprucht. Die Gröfse der Zugspannung ist wohl nicht genau festzustellen, da man hierbei von irgend einer Annahme ausgehen mufs, deren Richtigkeit stets mehr oder weniger angezweifelt werden kann. Berechnet man die durch die Centrifugalkraft entstehende Verlängerung (Ausdehnung) des Kranzes und die davon abhängende Verlängerung der Arme, so ergiebt sich die Zugspannung der Arme

$$s = \frac{\gamma V^2}{g} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 14$$

sofern man die Anschauung, die der Formel (13) zu Grunde liegt festhält, das heifst, den Kranz als ein ganzes Stück betrachtet.

Denkt man sich aber den Kranz in $\mathfrak{A}$ Teile zerschnitten, so dafs jeder Arm seinen Kranzteil frei trägt, so ist:

$$s = \frac{G \cdot V^2}{g \cdot \mathfrak{A} R \cdot f} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 15$$

wo noch f der Querschnitt eines Armes ist.

Die Biegungsbeanspruchung der Arme findet nicht bei allen Schwungrädern in derselben Weise statt. Dient ein Schwungrad nicht zugleich auch zur Bewegungsübertragung, sondern wirkt es lediglich als Schwungmasse, so werden die Arme abwechselnd vor- und rückwärts gebogen. Das gröfste Biegungsmoment wäre mit Hilfe des Druckdiagramms wohl zu ermitteln, gewöhnlich aber genügt es, wenn man das doppelte aus Pferde- und Tourenzahl folgende mittlere Moment in Rechnung setzt.*)

Demnach wäre

$$\frac{2\,M}{\mathfrak{A}} = W \cdot s \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 16$$

zu setzen.

Die Materialspannung darf hier nicht zu grofs sein, man setzt

$s = 0{,}5 \div 1{,}0$ kg pro qmm bei Gufseisen
$s = 3{,}5$ kgr. „ „ bei Schmiedeeisen.

Dient der Schwungring zugleich als Übertragungsmittel, so sind die Arme immer nur nach einer Seite gebogen, das Biegungsmoment ist aber gröfser, weil die Arme das Nutzmoment und den Beschleunigungsdruck zugleich übertragen müssen. Man entnehme also dem Diagramm die gröfste Kraft p und bestimme daraus das Moment $p \cdot r$; alsdann folgt: $\frac{p \cdot r}{\mathfrak{A}} = W \cdot s$.

Vollzieht bei einer Zwillingsmaschine der Schwungring die Bewegungsübertragung, so verfährt man wie oben, dient das Rad blos als Schwungmasse, so hätte man das Moment nach dem gröfsten der beiden Werte $p_{r\,max} - P_m$ oder $P_m - p_{r\,min}$ zu berechnen. Unter Umständen erhält man hieraus einen unbrauchbar kleinen Wert.

---

*) Bei einem Füllungsgrade $\varepsilon = \frac{1}{3}$ ist $p - P_m$ noch nicht $= 2\,P_m$, erst bei kleineren Füllungen ist $p - P_m > 2\,P_m$

Der Querschnitt der Arme wird rechteckig oder elliptisch gemacht. Bei der Ellipse nimmt man $b = \frac{h}{2}$, sogar $\frac{2}{3}$ h, beim Rechteck wird $b = \frac{h}{2}$ bis $\frac{h}{3}$ genommen; im letzten Falle können Saumrippen angebracht werden.

Die **Anzahl** der Arme wird meist nach der empierischen Formel:

$$\mathfrak{A} = 2\,(1 + R) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 17$$

genommen. Der Radius R ist in met. einzusetzen und auf die nächste ganze Zahl abzurunden. Für kleine Räder giebt obige Formel zu wenig.

Die Nabe erhält eine Wandstärke

$$\delta = 0{,}5\,d \text{ bei kleinen und mittleren} \quad \ldots \ldots \quad 18$$

$$\delta = 0{,}35\,d \text{ bis } 0{,}4\,d \text{ bei größeren Rädern.}$$

Die Länge der Nabe trifft man sehr verschieden. Sie könnte mit dem Wellendurchmesser d und mit dem Radhalbmesser wachsen. Man kann nehmen

$$\lambda = 1{,}4\,d + 25 \text{ mm}$$

nach andern Angaben

$$\lambda = 1{,}75\,d + 0{,}08\,R \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 19$$

Kleinere Schwungräder werden einteilig gegossen. Unter Umständen wird das Rad halbiert, die beiden Teile werden durch Schrauben vereinigt. Bei größeren Rädern wird die Nabe beim Gießen gespalten und später mit zwei Schrumpfbändern zusammen gebunden. Letzteres geschieht auch bei halbierten Rädern, deren Naben mit 4 Schrauben zusammengefaßt werden. Bei noch größerem Radius wird auch der Kranz aus einzelnen Teilen zusammengesetzt. Die Verbindung der einzelnen Kranzteile geschieht ebenfalls durch Schrumpfringe, durch Laschen oder eingekeilte Bolzen. Schrumpfringe bekommen quadratischen Querschnitt, welcher bei den Nabenringen die Seite

$$a = 0{,}12\,d + 10 \text{ mm haben kann.}$$

Dieselbe Stärke können Verbindungsschrauben an der Nabe haben. Schrumpfringe oder sonstige Verbindungsmittel am Kranze müssen mindestens der Belastung $F \cdot s$ genügen, wenn F der Kranzquerschnitt, und s die aus (13) folgende Spannung ist.

Beispiel. Eine Dampfmaschine leistet bei 0,25 Füllung 10 Pferde, wenn sie in der Minute 90 Umdrehungen macht. Das Schwungrad, welches zugleich als Riemenscheibe dient, soll für diesen Fall den Gleichförmigkeitsgrad $\delta = 45$ haben.

Nach Formel (8) wäre das Ringgewicht

$$G = 5690 \cdot \frac{N \cdot \delta \cdot m}{V^2\,n}$$

Der Hub des Kolbens sei gegeben zu $2\,r = 380$ mm. Der Radius des Schwungrades kann dann genommen werden

$$R = 4{,}2 \cdot r \sim 800 \text{ mm.}$$

Demnach ist die Umfangsgeschwindigkeit in met

$$V = \frac{2\,R\,\pi\,n}{60} = 7{,}53 \text{ m.}$$

Folglich

$$G = \frac{5690 \cdot 10 \cdot 45 \cdot 1{,}71}{7{,}53^2 \cdot 90} = 855 \text{ kg.}$$

Der Faktor m wurde zwischen 1,47 und 1,86 durch Interpolation gefunden. Dieses Gewicht um 8% vermindert macht 785 kg.

Der Querschnitt des Ringes wird nach (11)

$$F = 21{,}9 \frac{G}{R} = 21{,}9 \frac{785}{0{,}8} = 21\,500 \text{ qmm.}$$

Leistet die Maschine bei 0,6 Füllung 18 Pferde, so bestimmt sich jetzt der Gleichförmigkeitsgrad für diese erhöhte Leistung aus

$$855 = \frac{5690 \cdot 18 \cdot \delta \cdot 1{,}22}{7{,}53^2 \cdot 90}$$

$$\delta = \frac{855 \cdot 7{,}53^2 \cdot 90}{5690 \cdot 18 \cdot 1{,}22} = 35.$$

Veranschlagt man den Radius R_1 bis zum Riemen zu 850 mm und berechnet man den Riemen für die gröfste Leistung, so hat man zunächst das Moment zu berechnen:

$$M = 716\,200 \cdot \frac{18}{90} = 143\,240 \text{ kg mm.}$$

Daher ist die Umfangskraft

$$P_0 = \frac{M}{R} = 168{,}5 \text{ kg.}$$

Die gröfste Riemenspannung T ist etwa 1,7 mal so grofs, also

$$T = 1{,}7 \cdot 168{,}5 = 286 \text{ kgr.}$$

Nimmt man den Riemen 6 mm dick und läfst eine Spannung von 0,3 kg pro qmm zu, so ist die Riemenbreite

$$b = \frac{286}{6 \cdot 0{,}3} \sim 160 \text{ mm.}$$

Die Kranzbreite sei daher aufsen zu 190 mm festgesetzt.

Der Kranz soll nebenstehenden Querschnitt erhalten, Fig. 13 daher ist

$$190\,x + x^2 = 21\,500.$$

Fig. 13.

Aus dieser quadratischen Gleichung folgt $x = 80$ mm.

Der Schwerpunkt dieses Querschnittes liegt etwa 63 mm von der Oberkante entfernt. Oben genannter Radius $R_1 = 850$ mm ist also etwas zu klein abgeschätzt; die Rechnung braucht deshalb nicht wiederholt zu werden.

Nach Formel (17) würde das Rad $\mathfrak{A} = 2\ (1 + 0{,}8) \sim 4$ Arme bekommen, es sei aber $\mathfrak{A}$ auf 6 festgesetzt.

Das der gröfsten Leistung entsprechende mittlere Moment ist oben berechnet: $M = 143\,240$ kg mm. Setzt man eine Spannung von 0,8 kg pro qmm ein, so erhält man nach Formel (16) ein Widerstandsmoment:

$$W = \frac{2\,M}{A \cdot s} = \frac{2 \cdot 143\,240}{6 \cdot 0{,}8} = 59\,800 \text{ mm}^3.$$

Nimmt man den Querschnitt rechteckig und macht $h = 2{,}5\,b$ oder $b = \frac{h}{2{,}5}$, so ist:

$$59800 = \frac{bh^2}{6} = \frac{h^3}{2{,}5 \cdot 6}$$

$$h = \sqrt[3]{898\,000} = 96{,}5 \text{ mm.}$$

$$b = 39 \text{ mm.}$$

Die Zugbeanspruchung der Arme durch die Centrifugalkraft wäre nach (14)

$$s = \frac{\gamma \cdot V^2}{g} = \frac{7300 \cdot 7{,}53^2}{9{,}87} = 42\,300 \text{ kg pro qm.}$$

$$s = 0{,}0423 \text{ kg pro qmm.}$$

Nach Formel (15) hätte man erhalten

$$s = \frac{G \cdot V^2}{g \cdot \mathfrak{A} \cdot R \cdot f} = \frac{785 \cdot 7{,}53^2}{9{,}81 \cdot 6 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}00376} = 253000 \text{ kg pro qm}$$

oder $s = 0{,}25$ kgr. pro qmm.

Es sei hier noch die durch die Centrifugalkraft herbeigeführte Biegungsspannung des Ringes berechnet.

Das Trägheitsmoment des oben berechneten Querschnitts in Bezug auf die horizontale Schwerpunktsachse beträgt etwa 4039 cm^4. Mithin die Widerstandsmomente:

$$W_1 = \frac{4039}{6{,}3} = 641 \text{ cm}^3 \text{ und } W_2 = \frac{4039}{9{,}7} = 417 \text{ cm}^3.$$

Die Centrifugalkraft ist für ein Segment:

$$\frac{G \cdot V^2}{g \cdot \mathfrak{A} \cdot R} = \frac{785 \cdot 7{,}53^2.}{9{,}81 \cdot 6 \cdot 0{,}8.} = 946{,}5 \text{ kg}$$

Setzt man nun $\frac{C\,l}{12} = W \cdot s$, wobei die Länge l gleich dem Radius zu rechnen ist, so wird

$$s_2 = \frac{946{,}5 \cdot 80}{12 \cdot 417} = 15{,}1 \text{ kg pro qcm (Druckseite)}$$

$$s_1 = \frac{946{,}5 \cdot 80}{12 \cdot 641} = 9{,}84 \text{ kg pro qcm (Zugseite).}$$

Die durch die Centrifugalkraft allein bewirkte Zugspannung im Ringe würde nach (13) betragen: $s = \frac{\gamma\ V^2}{g} = 0{,}0423$ kg pro qmm, oder 4,23 kg pro qcm. Die Gesamtzugspannung dürfte also auf $9{,}84 + 4{,}23 = \mathbf{14{,}07}$ **kg** pro qcm steigen.

Da der Ringquerschnitt $F = 21\,500$ qmm ist, so beträgt die durch die Centrifugalkraft herbeigeführte Zugkraft: $21\,500 \cdot 0{,}0423 = 910$ kg.

II. Teil.

Centrifugalpendel-Regulatoren.

1. Allgemeine Erklärungen.

Ist bei einer Dampfmaschine die zu überwindende Widerstandsarbeit nicht konstant, so reicht das Schwungrad zur Regulierung des Ganges der Maschine nicht aus. Wäre z. B. für mehrere Touren die Fläche der Widerstandsarbeit gröfser als die Arbeitsfläche des Kurbeldruckes, so würde daraus Verzögerung entstehen, im entgegengesetzten Falle würde die Drehgeschwindigkeit der Kurbelwelle beschleunigt. Man mufs also, soll diesem Umstande Rechnung getragen werden, auf die Maschine so einwirken können, dafs durch Vergröfserung oder Verkleinerung der Kurbeldruckarbeit der Arbeitsausgleich herbeigeführt werden kann. Offenbar giebt es da nur zwei Mittel: die Änderung des Füllungsgrades oder die Änderung der Dampfspannung. Beide Systeme kommen zur Ausführung, denn die Centrifugalpendel-Regulatoren im engeren Sinne des Wortes wirken entweder derartig auf die Steuerung der Maschine ein, dafs vom Regulatorstande der Füllungsgrad abhängt, oder sie wirken auf sogenannte Drosselvorrichtungen, das sind Apparate, welche in der Dampfleitung angebracht werden und eine Veränderung des Leitungsquerschnittes ermöglichen. Durch Verkleinerung des Querschnitts wird offenbar eine Verminderung der Dampfspannung im Schieberkasten erzeugt.

Der gewöhnliche Regulator besteht aus einem System von Hebeln und Gewichten, auf welches folgende Kräfte einwirken:

1) die Schwere,
2) die Centrifugalkraft,
3) die Eigenreibung,
4) der Widerstand des inneren Regulierorgans.

Gewöhnlich sind die Centrifugalpendel, welche die Schwunggewichte tragen, an einer vertikalen umlaufenden Spindel so aufgehangen, dafs bei einer Stellungsänderung ihre Bewegung in einer vertikalen, durch die Spindel gehenden Ebene erfolgt. Hierdurch wird die Muffe, das ist eine auf der Spindel sitzende Hülse, verschoben und diese Bewegung dann auf das innere Regulierorgan übertragen.

Die Eigenreibung kann man auf die Muffe reduziert denken, so dafs sie mit dem Nutzwiderstande (4) gleichen Angriffspunkt hat. Beide Kräfte wirken stets in demselben Sinne, das heifst einer Verschiebung des Regulators entgegen; sie seien daher zusammengefafst und ihre Summe = P gesetzt. Diese Kraft P mufs offenbar gleich derjenigen Kraft sein, welche der in Thätigkeit befindliche Regulator auszuüben vermag; sie kann bei einem und demselben

Regulator verschieden grofs genommen werden, je nach dem zu erreichenden Empfindlichkeitsgrad.

Ist ε dieser Empfindlichkeitsgrad und P_0 der Muffendruck des ruhenden, d. h. nicht umlaufenden Regulators, so ist:

$$P_0 = P \cdot \varepsilon \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 1.$$

Ist s der zur Wirkung gelangende Teil des Muffenhubes, so ist

$$A = \varepsilon \cdot P \cdot s = P_0 \cdot s \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 2.$$

das **Arbeitsvermögen** des Regulators. Nach dem Betrage von A ist der Regulator zu bewerten. Die Kraft, welche der Regulator in der Muffe ausüben kann, nennt man seine **Energie;** selbstredend bezieht sich diese Bezeichnung auf den Ruhedruck P_0 da P kein fester Wert ist, sondern von ε abhängt.

Bezeichnet n die Tourenzahl für die mittlere Stellung des Regulators, wenn derselbe frei schwebt, das heifst, weder nach oben noch nach unten Druck ausübt,

n_1 die vergröfserte Tourenzahl, bei welcher der Regulator anfängt nach oben zu wirken (steigen),

n_2 die verminderte Tourenzahl, bei welcher die Wirkung nach unten oder das Fallen beginnt, so nennt man

$$\frac{1}{\varepsilon} = \frac{n_1 - n_2}{n} = \frac{2\,(n_1 - n)}{n} = \left(\frac{n_1}{n}\right)^2 - 1 \quad \ldots \ldots \quad 3$$

den **Unempfindlichkeitsgrad.** Der reciproke Wert, das ist also ε, mufs **Empfindlichkeitsgrad** genannt werden.

Bezeichnet i den halben Tourenunterschied, also $i = n_1 - n = n - n_2$, so ist

$$n_1 = n + i \text{ oder auch } \frac{n_1}{n} = 1 + \frac{i}{n}$$

Quadriert man beiderseits, so ist:

$$\left(\frac{n_1}{n}\right)^2 = 1 + \frac{2\,i}{n} + \left(\frac{i}{n}\right)^2$$

Nun kann man $\left(\frac{i}{n}\right)^2$ seiner Kleinheit wegen vernachlässigen und

$\frac{2\,i}{n} = \frac{1}{\varepsilon}$ setzen, folglich ist $\left(\frac{n_1}{n}\right)^2 = 1 + \frac{1}{\varepsilon}$ oder $\frac{1}{\varepsilon} = \left(\frac{n_1}{n}\right)^2 - 1.$

Der Regulator braucht an Empfindlichkeit das Schwungrad nicht zu übertreffen, das heifst es ist überflüssig, wenn er noch auf diejenigen Geschwindigkeitsschwankungen reagiert, die durch das Schwungrad nicht beseitigt worden sind. Diese Schwankungen kehren periodisch wieder und ein solcher Regulator würde bei jedem Kolbenhube dieselben Bewegungen machen, welche doch nichts nützen, da hierdurch bei Drosselung die Bogen B F D, D H C des Schwungraddiagramms doch nicht in Rechtecke verwandelt würden. Bei Einwirkung des Regulators auf den Füllungsgrad und vor allen Dingen während der Expansionsperiode können jene Bewegungen durchaus nichts nützen.

Ist also wie früher δ der Gleichförmigkeitsgrad des Schwungrades, so sei

$$\frac{1}{\varepsilon} > \frac{1}{\delta} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 4$$

denn die jeweiligen Tourenzahlen des Regulators sind denen der Maschine einfach proportional und $\frac{1}{\delta}$ ist der Form nach der gleiche Ausdruck wie $\frac{1}{\varepsilon}$.

Auch von einem **Ungleichförmigkeitsgrade** $\frac{1}{\delta_1}$ (bezw. Gleichförmigkeitsgrade δ_1) spricht man bei den Regulatoren. Man versteht hierunter den Ausdruck:

$$\frac{1}{\delta_1} = \frac{n_o - n_u}{n} = \frac{2\,(n_o - n_u)}{n_o + n_u} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 5$$

wobei n_o die der obersten Stellung entsprechende Tourenzahl bedeutet, n_u die Tourenzahl für die unterste Stellung. Hierbei ist der Regulator vollkommen freischwebend, das heifst ohne Reibung und Nutzwiderstand zu denken. Der Ungleichförmigkeitsgrad soll zwischen 0,02 und 0,04 liegen; in vielen Fällen beträgt er 0,03.

Ist ein Regulatur so beschaffen, dafs mit wachsender Tourenzahl der Spindel der Schwerpunkt aller beweglichen Teile steigt, so nennt man den Regulatur **stabil.** Werden hingegen bei sinkendem Schwerpunkt immer gröfsere Tourenzahlen nötig, wenn der Regulator nicht ganz zusammenklappen soll, so nennt man ihn **labil.** Labile Konstruktionen sind durchaus unbrauchbar.

Unter einem **statischen** Regulator versteht man einen solchen, der bei jeder andern Tourenzahl auch eine andere Stellung einnimmt. **Astatisch** hingegen wird der Regulator genannt, welcher bei einer gewissen Tourenzahl alle möglichen Stellungen einnehmen kann, mithin überall im Gleichgewichte ist; sein Gleichgewicht ist also ein indifferentes bei der betreffenden Tourenzahl. Wird diese Normalgeschwindigkeit nur im geringsten vergröfsert oder verkleinert, so geht der Regulator sofort in seine höchste bezw. tiefste Lage. Er leidet also an übermäfsiger Empfindlichkeit, denn er wird bei direkter Übertragung das Regulierorgan nur ganz geöffnet oder ganz geschlossen halten. Daher eignen sich für den praktischen Gebrauch am besten die **pseudo-astatischen** Regulatoren, welche nur in einer bestimmten Stellung astatisch sind und um so mehr den Charakter der statischen Regulatoren annehmen, je weiter sie sich aus jener Stellung entfernen.

Der Charakter einer bestimmten Regulatorkonstruktion wird am besten durch die Geschwindigkeitskurve dargethan. Man trägt die Wege x des Schwerpunktes als Abscissen auf, die zugehörigen Tourenzahlen als Ordinaten und verbindet die Endpunkte aller Ordinaten durch eine Kurve. Steigt diese Kurve mit wachsendem x stetig an, so ist der Regulator statisch und stabil; so lange jene Kurve stetig fällt, ist der Regulator statisch, labil. Verläuft jene Kurve als eine zur x-Axe parallele Gerade, so ist der Regulator astatisch. Hat die Kurve ein Maximum, ein Minimum oder einen Wendepunkt mit horizontaler Tangente, so ist der Regulatr *in jenem Punkte* astatisch, d. h. er ist pseudo-astatisch.

Fig. 1. Fig. 2. Fig. 3.

Fig. 4.

Fig. 5.

Fig. 6.

Die Figuren 1 — 6 zeigen einige Geschwindigkeitskurven. Bei den meisten Regulatoren kann man statt des Muffenweges den Ausschlagwinkel α des Pendelarmes als Abcissen antragen.*)

Die vorstehenden Kurven gelten für einen unbelasteten und reibungslosen Regulator. In jeder seiner Stellungen mufs n um einen gewissen Betrag i anwachsen (auf n_1), ehe der Regulator anfangen kann zu steigen; ebenso mufs n um einen gewissen Betrag i fallen (auf n_2), ehe der Regulator anfängt nach unten zu gehen. Trägt man also in Fig. 7 an die Ordinaten der n-Kurve noch nach oben alle i und ebenso nach unten, so erhält man die Kurven I und II und es gilt also I für das Steigen, II für das Sinken. Ist i sowohl nach oben als nach unten überall das gleiche Vielfache von n, so sind die Kurven I und II von derselben Art wie die mittlere n-Kurve. Obgleich man für viele Fälle diese Voraussetzung machen kann, so werden doch auch Fälle vorkommen, in denen der Stellzeugwiderstand derartig ungleichförmig ist, dafs i nach einem ganz andern Gesetze verläuft. Nehmen z. B. die Kurven I und II die Form III bezw. IV an, so wird in diesem Falle bei der Wirkung nach unten der Regulatur in Verbindung mit dem Stellzeuge auf der Strecke C A labil sein.

Fig. 7.

In derartigen Fällen wird der Regulator unruhige Bewegungen machen, und es beruht also das sogenannte Zucken oder Springen auf der Existenz solcher labilen Partieen.

Aus der Figur geht hervor, dafs der erwähnte Fall um so leichter eintreten kann, je weniger die Kurve steigt, das heifst, je weniger sich n_o von n_u unterscheidet, das heifst, je geringer der Ungleichförmigkeitsgrad $\frac{1}{\delta_1} = \frac{n_o - n_u}{n}$ ist. Daher geht man mit $\frac{1}{\delta_1}$ nicht unter ein gewisses Mafs herab.

Die Grenztourenzahlen des Regulators sind $n_o + i$ und $n_u - i$. Bildet man ihre Differenz und dividiert durch die mittlere Tourenzahl n, so erhält man den totalen oder resultierenden Ungleichförmigkeitsgrad $\frac{1}{\varrho}$

*) Der astatische Punkt ergiebt sich aus der Gleichung $\frac{d\,n}{d\,\alpha} = 0$.

$$\frac{1}{\varrho} = \frac{n_0 + i - (n_u - i)}{n} = \frac{n_0 - n_u + 2i}{n}$$

$$\frac{1}{\varrho} = \frac{n_0 - n_u}{n} + \frac{2i}{n} = \frac{1}{\delta_1} + \frac{1}{\varepsilon} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (6)$$

wobei der geringe Unterschied zwischen i bei n_u und i bei n_0 vernachlässigt wurde.

Die Bewegung der Pendelarme kann in verschiedener Weise auf die Muffe übertragen werden; man kann indessen alle bestehenden Konstruktionen in zwei Gruppen bringen. Bei denen der ersten Gruppe ist das Pendel mit der Muffe durch eine Gelenkstange verbunden (Schubkurbel), bei denen der zweiten Gruppe wirkt ein Punkt des Pendelarmes oder eines mit dem Pendel fest verbundenen Armes gegen ein zur Spindel normal stehendes gerades Querstück; der Druckpunkt verschiebt sich längs dieses Querstückes. (Kreuzschleife.)

Ist der Drehpunkt des Pendels mit der Spindel fest verbunden, so nennt man die Aufhängung eine direkte; bei der umgekehrten Aufhängung verschiebt sich der Pendeldrehpunkt längs der Spindel und ist mit der Muffe fest verbunden.

Die meisten Regulatoren haben zwei diametral gegenüberliegende Pendel, nur in wenigen Fällen werden vier Pendel angewandt. Bei den meisten Konstruktionen trägt jeder Arm nur ein Schwunggewicht, bei einigen neueren Konstruktionen sind an jedem Arme zwei Schwungmassen angebracht.

Nur in wenigen Fällen wird der Regulator mit der Spindel horizontal angeordnet, sofern die Schwingungsebene der Pendel durch die Spindel geht; auch ist diese Aufstellungsart nicht für alle Systeme geeignet.

Von besonderer Art sind die sog. Flachregler, welche in neuerer Zeit mehrfach zur Ausführung kommen und meistens auf den Füllungsgrad der Maschine einwirken, dadurch, daſs sie den Voreilwinkel oder den Hub des Excenters verändern. Die Spindel dieser Regulatoren fällt mit der Maschinenwelle zusammen und liegt zumeist horizontal; die Schwingungsebene der Pendel steht normal zu dieser Axe.

2. Betrachtung besonderer Konstruktionen.

A. Regulator von Porter.

Dieser Regulator hat zwei direkt aufgehangene Pendel, deren Bewegung auf die Muffe durch Zugstangen übertragen wird. Die Muffe ist noch durch ein besonderes Gewicht Q belastet. Die Bedeutung der in den nachfolgenden Entwickelungen benutzten Zeichen ist aus der Figur 8 zu ersehen.

a) Gleichgewichtsbedingung oder Bedingung für das Freischweben. Die Spindel habe die normale Tourenzahl n oder die Winkelgeschwindigkeit ω; der der Regulator übe in der Muffe weder nach oben noch nach unten Druck aus. Im Punkte D wirkt das halbe Muffengewicht $\frac{Q}{2}$ senkrecht nach unten und man hat diese Kraft in zwei Komponenten zu zerlegen, so daſs q_1 normal zur Spindel steht und q in die Richtung D B fällt. Die Kraft q_1 wird durch eine gleich groſse und entgegengesetzt gerichtete von der andern Seite aufgehoben, während q am Hebelarme y ein Moment erzeugt.

Fig. 8.

Es sei noch $AB = BD = a$ vorausgesetzt; der Kugelmittelpunkt soll auf der Verlängerung von AB liegen, A und D haben von der Spindel gleichen Abstand.

Um den Punkt A herum suchen folgende Kräfte den Pendelarm zu drehen:

1) die Centrifugalkraft C (links drehend)
2) das Kugelgewicht G (rechts drehend)
3) die Komponente q (rechts drehend)

Folglich hat man die Momentengleichung:

$$C \cdot h = G(r - e) + q \cdot y$$

Nun ist $C = \frac{G}{g} \cdot r \cdot \omega^2$; $h = l \cdot \cos\alpha$; $r = l \cdot \sin\alpha + e$; $q = \frac{Q}{2 \cdot \cos\alpha}$

und $y = a \cdot \sin\beta = a \cdot \sin 2\alpha$, da β als Aufsenwinkel $= 2\alpha$ ist;

$y = a \cdot 2 \sin\alpha \cdot \cos\alpha$. Setzt man alles oben ein, so hat man:

$$\frac{G}{g} \cdot (l \cdot \sin\alpha + e) \cdot \omega^2 \, l \cdot \cos\alpha = G \cdot l \sin\alpha + \frac{Q}{2\cos\alpha} \cdot a \cdot 2 \sin\alpha \cos\alpha$$

$$\frac{\omega^2}{g} = \frac{G \; l \sin\alpha + Q \, a \cdot \sin\alpha}{G\,(l \sin\alpha + e) \cdot l \cos\alpha} = \frac{1 + \frac{Q}{G}\,\frac{a}{l}}{l \cos\alpha + e \operatorname{cotg}\alpha}$$

Bekanntlich ist $\omega = \frac{2\pi n}{60}$, folglich $\frac{\omega^2}{g} = \frac{\pi^2 n^2}{30^2 g}$

Da nun $\pi^2 = 9,87$ annähernd gleich $g = 9,81$ ist, so kann man setzen:

$$\frac{\omega^2}{g} \infty \left(\frac{n}{30}\right)^2 = \frac{1 + \frac{Q}{G} \cdot \frac{a}{l}}{l \cos \alpha + e \operatorname{cotg} \alpha} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 7$$

Aus dieser Gleichung ist leicht zu ersehen, dafs der Regulator stabil und statisch ist. Mit wachsendem Winkel nimmt sowohl cosinus als auch cotangens ab, mithin der ganze Nenner rechts: $l \cos \alpha + e \operatorname{cotg} \alpha$. Daher nimmt mit wachsendem Winkel α der Wert der ganzen rechten Seite zu, mithin auch ω oder n, das heifst: zu höheren Stellungen gehören gröfsere Tourenzahlen der Spindel, der Regulator ist also s t a b i l. Zu jeder andern Stellung gehört eine andere Tourenzahl, das heifst der Regulator ist s t a t i s c h, denn cosinus und cotangens ändern sich kontinuierlich mit dem Winkel, mithin auch $l \cos \alpha + e \operatorname{cotg} \alpha$ oder n.

b. Bedingung für das Steigen.

Soll der Regulator anfangen zu steigen, so mufs die Tourenzahl n auf n_1 wachsen, ferner mufs $Q + P$ statt Q gesetzt werden, denn der Nutzwiderstand P ist jetzt zu überwinden. Gleichung (7) nimmt also die Form an

$$\frac{\omega_1^2}{g} \infty \left(\frac{n_1}{30}\right)^2 = \frac{1 + \frac{Q + P}{G} \cdot \frac{a}{l}}{l \cos \alpha + e \operatorname{cotg} \alpha}$$

Dividiert man diese Gleichung durch (7), so erhält man zunächst

$$\left(\frac{n_1}{n}\right)^2 = \frac{1 + \frac{Q + P}{G} \cdot \frac{a}{l}}{1 + \frac{Q}{G} \cdot \frac{a}{l}} = \frac{G + (Q + P)\frac{a}{l}}{G + Q \cdot \frac{a}{l}}$$

Subtrahiert man Eins auf beiden Seiten, so folgt:

$$\left(\frac{n_1}{n}\right)^2 - 1 = \frac{G + (Q + P) \cdot \frac{a}{l} - \left(G + Q\,\frac{a}{l}\right)}{G + Q\,\frac{a}{l}} = \frac{P \cdot \frac{a}{l}}{G + Q\,\frac{a}{l}}$$

Nun ist $\left(\frac{n_1}{n}\right)^2 - 1 = \frac{1}{\varepsilon}$, folglich

$$G \cdot \frac{l}{a} + Q = P \cdot \varepsilon \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 8$$

Nach der Erklärung (1) ist aber $P \cdot \varepsilon = P_0$ der Druck, den der nicht umlaufende Regulator in der Muffe ausübt, und es läfst sich leicht beweisen, dafs die linke Seite in (8) thatsächlich diesen Druck darstellt.

Benutzt man (8) zur Ermittelung von ε, so sieht man leicht, dafs bei konstantem P auch ε konstant, das heifst unabhängig von der Stellung des Regulators ist, so dafs also der Regulator bei jeder Stellung dieselbe Empfindlichkeit hat.

Das Verhältnis $\frac{l}{a}$ findet man gleich 1 bis 1,5 genommen. Ist $\frac{l}{a} = 1$, so sitzt die Schwungkugel im Gelenk B und das Kugelgewicht G wird etwas gröfser als bei $\frac{l}{a} > 1$, doch ist dieses kaum als Nachteil anzusehen.

Ferner nimmt man etwa $e = \frac{1}{10}$ und den Ausschlagwinkel etwa 40°. Die Winkeldifferenz $\alpha_0 - \alpha_u$ darf nicht zu grofs genommen werden, weil sonst der Ungleichförmigkeitsgrad $\frac{1}{\delta_1}$ zu grofs wird. (Ungünstige n-Kurve.)

Das Muffengewicht Q nimmt man etwa 3 G bis 5 G und richtet es so ein, dafs man dieses Gewicht behufs Justierung verändern kann. Aus (8) geht hervor, dafs die Vergröfserung von Q bei einem vorhandenen Regulator eine Vergröfserung von P oder von ε zur Folge hat. Aus (7) folgt dann weiter, dafs man jetzt aber auch n entsprechend vergröfsern mufs.

Fig. 9.

Der Muffenhub s ist abhängig von der Länge a und der Winkeldifferenz $\alpha_0 - \alpha_u$. Nach Fig. 9 ist $s = S_1 - S_2$. Da nun $S_1 = 2\,a\cos\alpha_u$ und $S_2 = 2\,a\cos\alpha_0$ so ist:

$$s = 2\,a\,(\cos\alpha_u - \cos\alpha_0) \quad \ldots\ldots \quad 9$$

Der Muffenhub ist also der Stangenlänge a direkt proportional, man kann daher einen gegebenen Hub bei festgesetzter Winkeldifferenz durch entsprechend lange Stangen erzielen. Da nun das Arbeitsvermögen $A = P_0\,s$ für den Wert des Regulators mafsgebend ist, so wird man zwei gleichwertige Regulatoren bauen können, welche äufserlich doch sehr verschieden von einander sind. Der eine hat einen grofsen Muffenhub und kleinen Ruhedruck P_0, der andere hat umgekehrt einen grofsen Ruhedruck bei kleinem Hub. Der erste hat lange Stangen und geringe Gewichte, der andere hat kurze Stangen mit schweren Gewichten. Der erste verbraucht mehr Platz, der andere mehr Material.

B e i s p i e l. Ein ausgeführter Porter-Regulator zeigte folgende Abmessungen:

$l = 0{,}5$ m; $a = 0{,}35$ m; $e = 0{,}05$ m; $\alpha_u = 40^0$; $\alpha_0 = 46^0$; $Q = 36$ kg; $G = 9$ kgr.

Demnach ist:

$$\frac{a}{l} = \frac{0{,}35}{0{,}5} = 0{,}7; \qquad \frac{l}{a} = \frac{1}{0{,}7} = \frac{10}{7}.$$

Muffenhub $s = 2 \cdot 0{,}35\,(0{,}766 - 0{,}695) = 0{,}0497 \backsim 0{,}05$ m.

Der Ruhedruck ist $\quad G\frac{l}{a} + Q = P \cdot \varepsilon = P_0$

$$P_0 = 9 \cdot \frac{10}{7} + 36 = 48{,}86 \text{ kg}.$$

Das Arbeitsvermögen beträgt also

$$A = P_0\,s = 48{,}86 \cdot 0{,}05 = 2{,}443 \text{ mkg}.$$

Bei einem Empfindlichkeitsgrad $\varepsilon = 25$ wird also ein Arbeitsdruck von

$$P = \frac{P_0}{\varepsilon} = \frac{48{,}86}{25} = 1{,}95 \text{ kg}$$

bewältigt werden können.

Die Tourenzahl für die unterste Stellung ($\alpha_u = 40^0$) ergiebt sich aus

$$\left(\frac{n}{30}\right)^2 = \frac{1 + \frac{Q}{G} \cdot \frac{a}{l}}{l\cos\alpha + e\,\mathrm{cotg}\,\alpha} = \frac{1 + 4 \cdot 0{,}7}{0{,}5 \cdot 0{,}766 + 0{,}05 \cdot 1{,}19}$$

$$\left(\frac{n}{30}\right)^2 = 8,6; \text{ folglich ist}$$

$$n_u = 30\sqrt{8,6} = 30 \cdot 2,93 = 88.$$

Für die obere Stellung ergiebt sich die Tourenzahl:

$$\left(\frac{n}{30}\right)^2 = \frac{1 + 4 \cdot 0,7}{95 \cdot 0,695 + 0,05 \cdot 0,966} = 9,6$$

$$n_0 = 30\sqrt{9,6} = 30 \cdot 3,1 = 93.$$

Der Regulator hat somit einen Ungleichförmigkeitsgrad

$$\frac{1}{\delta_1} = \frac{2\,(n_0 - n_u)}{n_0 + n_u} = \frac{2 \cdot (93 - 88)}{93 + 88}$$

$$\frac{1}{\delta_1} = 0,0553$$

Die mittlere Tourenzahl ist:

$$n = \frac{93 + 88}{2} = \frac{181}{2} = 90,5.$$

B. Regulator von Watt.

Die Einrichtung dieses Regulators ist ähnlich wie die des vorigen. Die Pendeldrehpunkte liegen in der Spindelaxe, mithin ist $e = o$ zu setzen. Ein Muffengewicht ist nicht vorhanden, man hat also auch $Q = o$ zu setzen. Auf diese Weise kann man aus den Formeln des Porter'schen Regulators leicht diejenigen für den Watt'schen ableiten. Man erhält also

$$\left(\frac{n}{30}\right)^2 = \frac{1}{l \cos \alpha} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 10$$

$$G \cdot \frac{l}{a} = P\,\varepsilon \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 11$$

Fig. 10.

Unverändert gilt die Formel für den Muffenhub: $s = 2\,a\,(\cos \alpha_u - \cos \alpha_0)$.

Aus (10) geht hervor, dafs der Watt'sche Regulator statisch und stabil ist. Der cosinus ändert sich für Winkel von 0° bis 90° stetig, folglich gehört zu jeder andern Stellung auch eine andere Tourenzahl, der Regulator ist statisch. Da aber mit wachsendem Winkel der cosinus abnimmt, so nimmt n mit dem Winkel zu, d. h. der Regulator ist stabil.

In der Nähe von 0° ändert sich der cosinus unendlich wenig, das heifst für Winkel, die wenig gröfser als 0° sind, bleibt $\left(\frac{n}{30}\right)^2$ konstant. Für die Stellung $\alpha = o$ ist demnach der Regulator astatisch. Offenbar ist es unmöglich, diesen empfindlichsten Punkt zu benutzen; immerhin nehme man α so klein als möglich.

Die n-Kurve verläuft parabelartig (Axe vertikal), so dafs bei kleinen Winkeln α die Kurve weniger steil ist als bei grofsen. Mithin erhält man bei kleinen Winkeln α für einen gegebenen Hub s einen geringeren Ungleichförmigkeitsgrad, da die Differenz $n_0 - n_u$ geringer ist, als bei grofsen Winkeln α. (Siehe Fig. 1.)

Die Tourenzahl des Watt'schen Regulators ist bei gleichem l und α kleiner, als die des Porter'schen.

Aus (11) ist zu ersehen, dafs man für ein bestimmtes P_0 oder $P \cdot \varepsilon$ viel schwerere Kugeln braucht, als beim Porter'schen Regulator; trotzdem aber ist der Watt'sche Regulator eine ganz vorteilhafte Konstruktion, wie aus obiger Auseinandersetzung hervorgeht. Seine grofse Einfachheit ist jedenfalls auch ein Vorzug vor andern Konstruktionen.

Nach (10) ist $n_0 = \frac{30}{\sqrt{l \cos \alpha_0}}$ und $n_u = \frac{30}{\sqrt{l \cos \alpha_u}}$ folglich: $\frac{n_0}{n_u} = \sqrt{\frac{\cos \alpha_u}{\cos \alpha_0}}$

Schreibt man den Ausdruck $\frac{1}{\delta_1} = \frac{2\,(n_0 - n_u)}{n_0 + n_u}$ in der Form $\frac{1}{\delta_1} = \frac{2\left(\frac{n_0}{n_u} - 1\right)}{\left(\frac{n_0}{n_u} + 1\right)}$, so ist

$$\frac{1}{\delta_1} = \frac{2 \cdot \left(\sqrt{\frac{\cos \alpha_u}{\cos \alpha_0}} - 1\right)}{\left(\sqrt{\frac{\cos \alpha_u}{\cos \alpha_0}} + 1\right)} = \frac{2\,(\sqrt{\cos \alpha_u} - \sqrt{\cos \alpha_0})}{\sqrt{\cos \alpha_u} + \sqrt{\cos \alpha_0}}$$

Bei Annahme eines Winkels α_u kann man hieraus leicht für ein gegebenes $\frac{1}{\delta_1}$ den Winkel α_0 berechnen.

Beispiel. Berechnung eines Watt'schen Regulators, welcher ein Arbeitsvermögen von etwa 0,8 mkg hat. Der Empfindlichkeitsgrad sei $\varepsilon = 18$; der Gleichförmigkeitsgrad $\delta_1 = \frac{100}{3}$, der Hub $s = 0{,}04$ m, $\alpha_u = 20^0$.

Aus $\frac{1}{\delta_1} = 0{,}03 = 2\,\frac{(\sqrt{\cos \alpha_u} - \sqrt{\cos \alpha_0})}{\sqrt{\cos \alpha_u} + \sqrt{\cos \alpha_0}}$ folgt:

$$0{,}03 \cdot (0{,}97 + \sqrt{\cos \alpha_0}) = 2\,(0{,}97 - \sqrt{\cos \alpha_0})$$

$$2{,}03 \cdot \sqrt{\cos \alpha_0} = 1{,}911$$

$$\cos \alpha_0 = \left(\frac{1{,}911}{2{,}03}\right)^2 = 0{,}886.$$

$$\alpha_0 = 27^0\ 40'.$$

Aus der Formel für s berechnet man jetzt a

$$s = 2\,a\,(\cos \alpha_u - \cos \alpha_0)$$

$$0{,}04 = 2\,a\,(0{,}94 - 0{,}886)$$

$$a = \frac{0{,}04}{2 \cdot 0{,}054} = 0{,}371 \cdot \mathrm{m}.$$

Nimmt man $\frac{a}{l} = 0{,}6$ so mufs $l = \frac{a}{0{,}6} = \frac{0{,}371}{96} = 0{,}619$ m sein.

Da $A = \varepsilon \cdot P \cdot s = P_0 s = 0{,}8$ mkg sein soll, so folgt für P_0:

$$P_0 = \frac{0{,}8}{s} = \frac{0{,}8}{0{,}04} = 20 \text{ kg, und für } P:$$

$$P = \frac{P_0}{\varepsilon} = \frac{20}{18} = 1{,}11 \text{ kg.}$$

Das Kugelgewicht folgt aus (11)

$$G = P\,\varepsilon\,\frac{a}{l} = 20 \cdot 0{,}6 = 12 \text{ kg.}$$

Für die Tourenzahlen erhält man:

$$n_0 = \frac{30}{\sqrt{0{,}619 \cdot 0{,}886}} = \frac{30}{0{,}741} = 40{,}5$$

$$n_u = \frac{30}{\sqrt{0{,}619 \cdot 0{,}94}} = \frac{30}{0{,}763} = 39{,}3.$$

Zur Kontrolle sei berechnet

$$\frac{1}{\delta_1} = \frac{2 \cdot (n_0 - n_u)}{n_0 + n_u} = \frac{2 \cdot 1{,}2}{79{,}8} = 0{,}03.$$

Für den vorliegenden Fall ist die Kurve Fig. 1 konstruiert.

C. Regulator von Kley.

Verlegt man beim Porter'schen Regulator die Pendeldrehpunkte auf die andere Seite der Spindel, so erhält man den Kley'schen oder pseudoparabolischen Regulator. Die beim Porter'schen Regulator entwickelten Formeln können leicht auf diesen neuen Fall übertragen werden, man braucht blos e negativ zu setzen. Man erhält

$$\frac{\omega^2}{g} \infty \left(\frac{n}{30}\right)^2 = \frac{1 + \frac{Q}{G} \cdot \frac{a}{l}}{l \cos \alpha - e \operatorname{cotg} \alpha} \quad . \quad . \quad 12$$

Fig. 11.

Die Formel für die Gewichte bleibt unverändert

$$G \frac{l}{a} + Q = P\,\varepsilon$$

und ebenso die Formel für den Muffenhub

$$s = 2\,a\,(\cos \alpha_u - \cos \alpha_0)$$

Die Betrachtung der Formel (12) zeigt, dafs dieser Regulator nicht durchaus statisch und stabil ist. Die beiden Glieder: $l \cos \alpha$ und $e \operatorname{cotg} \alpha$ des Nenners der rechten Seite nehmen beide mit wachsendem Winkel ab, aber mit verschiedener Geschwindigkeit. Für $\alpha = 0$ ist $\operatorname{cotg} = \infty$ so dafs für diesen Punkt und etwas darüber hinaus $l \cos \alpha - e \operatorname{cotg} \alpha$ negativ, mithin n imaginär wird. Bei $e \operatorname{cotg} \alpha = l \cos \alpha$ wird $n = \infty$ und wird dann immer kleiner, weil $e \operatorname{cotg} \alpha$ gegen $l \cos \alpha$ immer mehr zurückbleibt.

Bei einem gewissen Winkel α aber wird das Abnehmen von $l \cos \alpha$ ebenso grofs sein, als das von $e \operatorname{cotg} \alpha$. Mithin ist in der Nähe dieses Winkels der Nenner konstant, mithin auch n, das heifst, der Regulator ist an diesem Punkte **astatisch.**

Von jetzt an nimmt der Nenner wieder ab, weil die Abnahme von $l \cos \alpha$ wieder mehr hervortritt, n nimmt also wieder zu.

Der Regulator ist also anfangs labil, erreicht sodann einen astatischen Punkt und wird dann stabil. Er ist pseudoastatisch. Der untere Teil der Winkel α oder des Hubes ist nicht brauchbar, die tiefste brauchbare Stellung fällt mit dem astatischen Punkte zusammen. Für diese Stelle gilt die Bedingung:

$$\frac{e}{l} = \sin^3 \alpha_u \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 13.$$

Läfst man ein cylindrisches Gefäfs, welches eine gewisse Menge Wasser enthält, um seine vertikal stehende Axe rotieren, so stellt sich der Wasserspiegel nach einer krummen Fläche ein und diese ist eine Rotationsfläche, deren Meridian eine Parabel ist. Der Parameter der letzteren hängt von der Tourenzahl ab. Denkt man sich die Wassermasse erstarrt, so wird ein Kügelchen, welches auf der Parabelfläche liegend die Rotation mitmacht, weder aus dem Gefäfse herausfliegen, noch zum Scheitel der Parabel herabfallen, denn für dieses Kügelchen gilt genau dasselbe, was für alle Wassertropfen galt, die in dem krummen Spiegel standen. Die geringste Tourenvermehrung würde aber hinreichen, das Kügelchen hinauszuschleudern, die geringste Verminderung würde es zu Boden ziehen.

Hier haben wir vollkommen Astasie vor uns.

Führt man also die Schwungkugeln eines Regulators auf einer Parabel, welche in vertikaler Ebene liegt und deren Axe die Spindel ist, so ist dieser Regulator vollkommen astatisch.

Nähert man nun ein Stück der Parabel durch einen Kreisbogen an, so erhält man den pseudoparabolischen Regulator, oder den Kley'schen. Ist in Fig. 12 M der Mittelpunkt des Bogens A B, welcher Bogen die Parabel in T berührt, so ist leicht ersichtlich, dafs das Stück T A Labilität enthält. Befindet sich die Kugel auf T A, so wird der Schwungradius r um so mehr verkürzt, je weiter das Pendel herabkommt; es werden also immer gröfsere Tourenzahlen nötig, denn für die auf der Parabel laufende Kugel gilt nur eine einzige Tourenzahl. Eine Verkürzung des Schwungradius tritt auch oberhalb T ein, so dafs auch nach oben höhere Tourenzahlen nötig werden. Folglich ist das Stück T B stabil.

Fig. 12.

Formel (13) läfst sich wie folgt herleiten,

Der Krümmungsradius l der Parabel ist: $l = \frac{m^3}{p^2}$ wo m die Länge der Normalen bezeichnet. Da nun die Subnormale gleich dem Parameter p ist, so ist auch $\frac{p}{m} = \cos \alpha$. Folglich.

$$l = \frac{m^2}{p^2} \cdot m = \frac{m}{\cos^2 \alpha} \text{ oder}$$
$$m = l \cos^2 \alpha.$$

Nun ist $e = (l - m) \sin \alpha = (l - l \cos^2 \alpha) \sin \alpha = l (1 - \cos^2 \alpha) \sin \alpha$ oder

$$e = l \sin^3 \alpha.$$

Der Kley'sche Regulator stellt eine äufserst günstige Konstruktion dar, denn er gestattet bei gegebenem Gleichförmigkeitsgrad δ_1 einen bedeutenden Hub s, was am deutlichsten aus der n-Kurve ersichtlich ist. Fig. 5. Bei gleichen Gewichten Q und G und gleichem Empfindlichkeitsgrad ε wird er also ein viel gröfseres Arbeitsvermögen haben als der Porter'sche Regulator.

Man nimmt etwa: $\alpha_u = 30^0 \div 40^0$; $\frac{Q}{G} = 3 \div 5$; $\frac{a}{l} = \frac{2}{3}$.

Beispiel: Berechnung eines Kley'schen Regulators für ein Arbeitsvermögen von 6 mkg.

Es sei angenommen: $\alpha_u = 35^0$; $\alpha_0 = 45^0$; $\frac{a}{l} = \frac{2}{3}$; $\frac{Q}{G} = 4,5$.

Ferner sei $\varepsilon = 30$; $s = 0,06$ m.

Für $\frac{e}{l}$ ergiebt sich: $\frac{e}{l} = \sin^3 35^0 = 0,574^3 = 0,189$.

Aus $s = 2 a (\cos \alpha_u - \cos \alpha_0)$ folgt

$$0,06 = 2 \cdot a (0,82 - 0.707) = 2 a \cdot 0,113$$

$$a = \frac{0,06}{2 \cdot 0,113} = 0,266 \text{ m.}$$

Da nun $\frac{a}{l} = \frac{2}{3}$ sein soll, so wird $l = \frac{3}{2} \cdot 0,266 = 0,399$ m und $e = 0,189 \cdot l = 0,0753$ m.

Da A = 6 mkg sein soll, so folgt P aus

$$A = \varepsilon \cdot P \cdot s$$

$$P = \frac{A}{\varepsilon \cdot s} = \frac{6}{30 \cdot 0,06} = 3,33$$

und es ist $\varepsilon P = 30 \cdot 3,33 = 100$.

Das Kugelgewicht G berechnet sich aus

$$G \frac{l}{a} + Q = P \cdot \varepsilon$$

$$G \cdot \frac{3}{2} + 4,5 \ G = 100$$

$$G = \frac{100}{6} = 16,7 \text{ kg.}$$

und es ist $Q = 4,5 \cdot 16,7 = 75$ kg.

Da die Gewichte unbequem grofs und die Armlängen verhältnismäfsig klein ausgefallen sind, so würde es sich empfehlen, unter Belassung der Winkel den Muffenhub s etwas gröfser zu nehmen. Nimmt man s = 75 mm, so wird

$$a = 0,332 \text{ m}; \ l = 0,499 \text{ m}; \ e = 0,0942 \text{ m}; \ P = 2,67 \text{ kg}$$

$$\varepsilon \cdot P = 80; \ G = 13,35; \ Q = 60 \text{ kg.}$$

Für die obere Stellung erhält man die Tourenzahl aus

$$\left(\frac{n_0}{30}\right)^2 = \frac{1 + 4{,}5 \cdot \frac{2}{3}}{0{,}499 \cdot 0{,}707 - 0{,}0942 \cdot 1} = \frac{4}{0{,}2578} = 15{,}5$$

$$n_0 = 30\sqrt{15{,}5} = 118.$$

Für die untere Stellung erhält man:

$$\left(\frac{n_u}{30}\right)^2 = \frac{1 + 4{,}5 \cdot \frac{2}{3}}{0{,}499 \cdot 0{,}822 - 0{,}0942 \cdot 1{,}43} = \frac{4}{0{,}274} = 14{,}6$$

$$n_u = 30\sqrt{14{,}6} = 114{,}4.$$

Der Ungleichförmigkeitsgrad stellt sich also auf

$$\frac{1}{\delta_1} = \frac{2 \cdot (118 - 114{,}4)}{118 + 114{,}4} = 0{,}031.$$

Berechnet man für eine tiefere Stellung als 35° die Tourenzahl, so erhält man wieder mehr als 114,4; für $\alpha = 25^0$ erhält man

$$\left(\frac{n}{30}\right)^2 = \frac{4}{0{,}491 \cdot 0{,}906 - 0{,}0942 \cdot 2{,}145} = \frac{4}{0{,}25} = 16$$

$$n = 30 \cdot \sqrt{16} = 120.$$

Hiermit ist die Labilität unterhalb 35° bewiesen.

Für das vorstehende Beispiel ist die Kurve Fig. 5 konstruiert.

D. Regulator von Pröll.

Dieser Regulator*) sei hier betrachtet als Beispiel der umgekehrten Aufhängung; gleichzeitig soll die Konstruktion etwas allgemeiner vorausgesetzt werden, es soll

1) der Kugelmittelpunkt nicht auf der Verlängerung des Pendelarmes liegen, d. h. es soll l sich nicht mit a decken,

2) der Winkel γ, den die Zugstange mit der Spindelaxe bildet im allgemeinen nicht gleich dem Ausschlagwinkel des α Pendels sein.

Fig. 13.

Man vereinfacht die Betrachtung wesentlich, wenn man die im festen Drehpunkte A auftretende Reaktion R als äußere Kraft einführt, den verschiebbaren Pendeldrehpunkt B als fest ansieht und die ganze Konstruktion umgestürzt denkt. Alsdann hat man eine Konstruktion mit direkter Aufhängung vor sich, welche von den früher besprochenen insofern verschieden ist, als das Gewicht G der Centrifugalkraft nicht entgegen wirkt, sondern in dem gleichen Sinne wie C dreht. Die Berechnung ist auf die früheren Ausführungen jetzt leicht zurückführbar.

*) Der patent. Pröll'sche Regulator wird von der Lauchhammer-Hütte geliefert.

a) Gleichgewichtsbedingung.

Es ist $R = G + \frac{Q}{2}$ und wird zerlegt in q und q_1.

Alsdann dreht q am Hebelarme y am Pendel, während q_1 durch eine symetrische Komponente aufgehoben wird.

Man hat die Momentengleichung:

$$C h + G \cdot (r - e) = q \cdot y \cdot$$

Es ist hierbei:

$$C = \frac{G}{g} \cdot r \cdot \omega^2 = \frac{G}{g} \cdot (l \sin \alpha + e) \, \omega^2$$

$$h = l \cos \alpha$$

$$q = \frac{R}{\cos \gamma} = \frac{G + Q/2}{\cos \gamma}$$

$$x = a \cdot \sin \beta \cdot$$

Fig. 14.

$$\frac{G}{g} (l \sin \alpha + e) \cdot \omega^2 \cdot l \cos \alpha + G \cdot l \sin \alpha = \frac{G + Q/2}{\cos \gamma} \cdot a \sin \beta \cdot$$

$$\frac{\omega^2}{g} = \frac{\left(G + \frac{Q}{2}\right) \cdot a \frac{\sin \beta}{\cos \gamma} - G \, l \sin \alpha}{G \cdot (l \sin \alpha + e) \, l \cdot \cos \alpha}$$

$$\frac{\omega^2}{g} \infty \left(\frac{n}{30}\right)^2 = \frac{\frac{(2\,G + Q)}{G} \, \frac{a}{2\,l} \cdot \frac{\sin \beta}{\cos \gamma \cdot \sin \alpha} - 1}{l \cos \alpha + e \operatorname{cotg} \alpha} \quad . \; . \; . \; . \quad 14$$

Ist bei Pröll $e_1 = e$ und $b = a$, so bildet auch a mit der Vertikalen den Winkel γ und es ist $\beta = 2\,\gamma \cdot$

b) Bedingung für das Aufsteigen.

Man setze in (14) die vergrößerte Tourenzahl n_1 statt n und $Q + P$ statt Q; diese neue Gleichung dividiere man durch die alte (14) und erhält:

$$\left(\frac{n_1}{n}\right)^2 = \frac{\frac{(2\,G + Q + P)}{G} \cdot \frac{a}{2 \cdot l} \cdot \frac{\sin \beta}{\cos \gamma \sin \alpha} - 1}{\frac{2\,G + Q}{G} \cdot \frac{a}{2\,l} \cdot \frac{\sin \beta}{\cos \gamma \cdot \sin \alpha} - 1}$$

Subtrahiert man beiderseits Eins, so erhält man links $\left(\frac{n_1}{n}\right)^2 - 1$ das ist $\frac{1}{\varepsilon}$ nach gehöriger Vereinfachung rechts folgt:

$$\frac{1}{\varepsilon} = \frac{P}{(2\,G + Q) - G\,\frac{2\,l}{a}\,\frac{\sin\alpha\cos\gamma}{\sin\beta}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 15$$

Hieraus ist zu ersehen, dafs $\frac{1}{\varepsilon}$ nicht konstant ist, sondern sich mit den Winkeln ändert. Die Winkel γ und β lassen sich zwar durch a b e e_1 und α ausdrücken, doch werden dadurch die Gleichungen (14) und (15) nicht einfacher, sondern nur noch komplizierter. Man wird also am besten diese Winkel zeichnerisch ermitteln, oder gleich ganze Gruppen der Ausdrücke (13) und (14) geometrisch konstruieren.

Wäre bei dem Pröll'schen Regulator $b = a$ und $e_1 = e$, so wäre $\beta = 2\,\gamma$; wäre ferner die Kugel in der geraden Verlängerung von a angebracht, so wäre $\alpha = \gamma$. Alsdann würde

$$\frac{\omega^2}{g} \infty \left(\frac{n}{30}\right)^2 = \frac{\frac{2\,G + Q}{G} \cdot \frac{a}{l} - 1}{l\cos\alpha + e\,\mathrm{coty}\,\alpha}$$

$$\text{und } \frac{1}{\varepsilon} = \frac{P}{(2\,G + Q) - G\,\frac{l}{a}}$$

Augenscheinlich würde er so dem Porter'schen Regulator sehr nahe kommen. In diesen beiden Ausdrücken steht $2\,G + Q$ da wo bei Porter nur Q steht, das heifst die Wirkung des Muffengewichtes ist hier um die beiden Kugelgewichte 2 G gröfser als dort. (Nutzen der umgekehrten Aufhängung.)

Aus (14) ist nicht leicht ersichtlich, dafs die n-Kurve einen astatischen Punkt enthält; erst nach Einführung gewisser Vereinfachungen ($b = a$; $e_1 = e$) wird sich dieses darthun lassen. Andernfalls müfste man für verschiedene Winkel α die Tourenzahlen n bestimmen (graphisch) und auftragen, das heifst die n-Kurve thatsächlich konstruieren.

Der Muffenhub s ist

$$s = b\,(\cos\gamma_u - \cos\gamma_0) + a\left(\cos(\beta_u - \gamma_u) - \cos(\beta_0 - \gamma_0)\right)$$

Offenbar wird man am besten thun, auch diesen Betrag zeichnerisch zu ermitteln, bei rhombischer Aufhängung würde man den alten Ausdruck

$$s = 2\,a\,(\cos\gamma_u - \cos\gamma_0)$$

erhalten.

Der Regulator von Steinle (Fig. 14) ist von dem Pröll'schen wenig verschieden.

E. Das Winkelpendel.

Die Übertragung der Pendelbewegung auf die Muffe erfolgt bei diesem Regulator durch Kreuzschleife, die Aufhängung kann eine direkte oder umgekehrte sein. Es soll hier die letztere Anordnung betrachtet werden.

Fig. 15.

Der Pendelarm ist rechtwinkelig umgebogen und stützt sich mit dem Ende dieses kurzen Hebelstückes a lose auf ein gerades, normal zur Spindel stehendes Querstück. Im rechten Winkel befindet sich das für die Aufhängung am Muffengewicht bestimmte Auge.

Man vereinfacht die Betrachtung wieder dadurch, daſs man die Reaktion R als äuſsere Kraft einführt und den Pendeldrehpunkt A als fest ansieht.

a) Gleichgewichtsbedingung.

Für den Punkt A gilt die Momentengleichung:

$$C \cdot h = G \cdot (r - e) + R \cdot x \cdot$$

und es ist

$$C = \frac{G}{g} \cdot r\, \omega^2 = \frac{G}{g}\,(l \sin\alpha + e)\, \omega^2$$

$$h = l \cos\alpha$$

$$R = \frac{Q}{2} + G$$

$$x = a \cos\alpha.$$

$$\text{Folglich: } \frac{G}{g}\,(l \sin\alpha + e)\,\omega^2\, l \cos\alpha = G\, l \sin\alpha + \left(\frac{Q}{2} + G\right) \cdot a \cos\alpha$$

$$\frac{\omega^2}{g} = \frac{G\, l \sin\alpha + \left(\frac{Q}{2} + G\right) a \cdot \cos\alpha}{G \cdot (l \sin\alpha + e) \cdot l \cos\alpha}$$

$$\frac{w^2}{g} \infty \left(\frac{n}{30}\right)^2 = \frac{1 + \frac{Q + 2\,G}{G}\,\frac{a}{2\,l} \cdot \operatorname{cotg}\alpha}{l \cos\alpha + e \operatorname{cotg}\alpha} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 16$$

Auch hier läſst sich auf elementarem Wege nicht darthun, daſs die n-Kurve einen astatischen Punkt besitzt. Mit wachsendem Winkel α nimmt der Nenner ab, zugleich aber auch der Zähler, weil cotg α abnimmt. Man kann wohl vermuten, daſs bei einem gewissen Winkel die Abnahme des Nenners sich mit der des Zählers so ausgleicht, daſs n für eine geringe Änderung des Winkels α konstant bleibt; hier wäre also der astatische Punkt. Es ist

$$\sin^3\alpha + \frac{e}{l} = \frac{Q + 2\,G}{G} \cdot \frac{a}{2\,l}\, \cos^3\alpha \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 17$$

Man kann also hier, wie beim Kley'schen Regulator den astatischen Punkt an einen beliebigen Ausschlagwinkel bringen, wenn man nur die Verhältnisse zwisten Q G a e und l der Gleichung (17) anpaſst.

Das Winkelpendel ist nicht unter allen Umständen stabil. Sollen labile Stellen nicht vorkommen, so muſs

$$\sin^3 \alpha + \frac{e}{l} - \frac{Q + 2\,G}{G} \cdot \frac{a}{2\,l} \cdot \cos^3 \alpha > 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 18$$

sein. Auch diese Bedingung ist mit Hilfe der Differentialrechnung hergeleitet.

b) Bedingung für das Aufsteigen.

Setzt man in (16) $Q + P$ statt Q und n_1 statt n und dividiert diese neue Gleichung durch die alte, so folgt:

$$\left(\frac{n_1}{n}\right)^2 = \frac{1 + \frac{Q + P + 2\,G}{G} \cdot \frac{a}{2\,l} \cdot \operatorname{cotg} \alpha}{1 + \frac{Q + 2\,G}{G} \cdot \frac{a}{2\,l} \cdot \operatorname{cotg} \alpha}$$

Man subtrahiere beiderseits Eins, so wird

$$\left(\frac{n_1}{n}\right)^2 - 1 = \frac{1}{\varepsilon} = \frac{P}{G\,\frac{2\,l}{a} \cdot \operatorname{tng} \alpha + Q + 2\,G} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 19$$

Mithin hängt auch hier die Empfindlichkeit vom Winkel α, das heiſst von der Stellung ab.

Der Muffenhub ist nach Fig. 16

$$s = S_1 - S_2 = a \cdot \sin \alpha_0 - a \sin \alpha_u$$

$$s = a\,(\sin \alpha_0 - \sin \alpha_u) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 20$$

Fig. 16.

Bei einer Stellungsänderung des Regulators gleitet das Ende des Hebels a bei B auf dem Querstücke; man bringt bei B eine Laufrolle an, um die Reibung zu vermindern.

F. Regulator mit horizontaler Spindel.

Das charakteristische Merkmal dieser Regulatoren besteht darin, daſs die Schwungkugeln nur durch die Centrifugalkraft auf die Muffe einwirken, während bei den vorher besprochenen Regulatoren das Eigengewicht G der Kugeln noch eine besondere Wirkung ausübt.

Fig. 17.

Steht nach Fig 17 die Pendelebene senkrecht, so sucht das Gewicht der Kugel I die Muffe nach rechts zu schieben, Kugel II hingegen wirkt ebenso stark nach links. Der Centrifugalkraft C muſs also notwendig durch eine Muffenbelastung Q eine Gegenwirkung geboten werden. Dieselbe kann durch eine Feder oder ein am Stellhebel angebrachtes Gewicht gebildet werden.

a) Gleichgewichtsbedingung.

Läfst man in der Momentengleichung für den Porter'schen Regulator das Glied fort, welches das Moment des Kugelgewichts darstellt, so nimmt Formel (7) die Gestalt an:

$$\frac{w^2}{g} \infty \left(\frac{n}{30}\right)^2 = \frac{Q \cdot a}{G \cdot l\,(l \cos \alpha + e \operatorname{cotg} \alpha)} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 21$$

Demnach ist der Regulator statisch und stabil und kommt in der gezeichneten Form dem Porter'schen fast ganz gleich. Gleichung (21) ist leicht für den Fall umzuändern, dafs man $e = o$ oder $a = l$ zur Ausführung bringt. Für $e = o$ nähert sich der Regulator dem Watt'schen.

b) Bedingung für das Aufsteigen.

Nach Anwendung des mehrfach erläuterten Verfahrens erhält man folgende Gleichung:

$$\left(\frac{n_1}{n}\right)^2 - 1 = \frac{1}{\varepsilon} = \frac{P}{Q} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 22$$

Die Empfindlichkeit ist also von der Stellung unabhängig.

Für den Muffenhub gilt wieder Gleichung (9).

Der Muffendruck der Ruhe ist $P_0 = \varepsilon \cdot P = Q$.

G. Flachregler.

Diese Art von Regulatoren, bei welcher die Schwingungsebene der Pendel senkrecht auf der (horizontalen) Spindel steht, ist den andern Regulatoren gegenüber neu zu nennen. Gewöhnlich dient die Maschinenwelle selbst als Regulatorspindel und der Regulator, welcher auf einer Scheibe montiert ist, hat meistens die Aufgabe, durch Einwirkung auf die Excenterstellung direkt den Füllungsgrad zu beeinflussen.

Auch hier kommt nur die Centrifugalkraft der Schwunggewichte zur Geltung, eine besondere Wirkung durch ihr Eigengewicht findet nicht statt, oder vielmehr es hebt die Schwerwirkung des einen Gewichtes die des andern auf. Als Gegenwirkung für die Centrifugalkraft werden meistens Federn angewandt.

Fig. 18.

a) Gleichgewichtsbedingung.

In Fig. 18 ist M der Mittelpunkt der Welle, D der Drehpunkt des Pendels. Die Centrifugalkraft C dreht links, die Federkraft Q aber rechts um D. Die Momentengleichung lautet also:

$$C \cdot x = Q \cdot y$$

Es ist zu setzen

$$C = \frac{G}{g}\, r\, \omega^2;$$

$$x = l \cdot \sin \tau;$$

$$y = a \cos \beta;$$

$$\frac{G}{g} \cdot r\,\omega^2\, l \sin \tau = Q\,.\,a \cos \beta$$

$$\frac{\omega^2}{g} = \frac{Q}{G} \cdot \frac{a}{l}\,\frac{\cos \beta}{r \cdot \sin \tau}$$

Da man nun $e \sin \alpha = r \cdot \sin \tau$ setzen kann, so ist:

$$\frac{\omega^2}{g} \backsim \left(\frac{n}{30}\right)^2 = \frac{Q}{G} \cdot \frac{a}{l} \cdot \frac{\cos \beta}{e \sin \alpha} \quad \text{. . . . . 23.}$$

Mit wachsendem Ausschlagwinkel α nimmt $\sin \alpha$ im Nenner zu, mithin n ab, der Regulator wäre also labil, wenn nicht auch $\cos \beta$ im Zähler variabel wäre. Offenbar mufs β abnehmen (der cosinus zunehmen), wenn α wächst. Ist nun in irgend einem Momente die Änderung von $\cos \beta$ gleich der von $\sin \alpha$, so ist der Ausdruck konstant, mithin auch n, das heifst, der Regulator ist an diesem Punkte astatisch. Dieser astatische Punkt ist gegeben durch die Gleichung

$$\operatorname{tng} \beta \cdot (\operatorname{tng} \varsigma - \operatorname{tng} \alpha) + 1 = 0 \quad \text{. . . . . 24}$$

Der Regulator ist stabil, so lange

$$\operatorname{tng} \beta \cdot (\operatorname{tng} \alpha - \operatorname{tng} \varsigma) - 1 > 0 \quad \text{. . . . . 25}$$

Hierbei wurde Q als konstant vorausgesetzt. In Wirklichkeit aber wächst Q mit dem Ausschlagwinkel α, so dafs hierdurch die Stabilität vergröfsert und die Bedingung für den astatischen Punkt verändert wird.

b) Bedingung für das Aufsteigen.

Die Kraft Q wirkt auf jedes Pendel, während von der Nutzkraft P auf jedes Pendel die Hälfte kommt, da die Pendel durch eine Parallelführung A B miteinander gekuppelt sind.

Greift P mit Q in gleicher Richtung und an demselben Punkte an, so hat man in (23) $Q + \frac{P}{2}$ statt Q zu setzen, wenn n auf n_1 angewachsen ist.

Demnach ist

$$\left(\frac{n_1}{n}\right)^2 - 1 = \frac{Q + P/_2}{Q} - 1 \text{ oder}$$

$$\frac{1}{\varepsilon} = \frac{P}{2\,Q} \quad \text{. . . . . 26}$$

Bei konstantem Q wäre also $\frac{1}{\varepsilon}$ von der Stellung unabhängig; der Ruhedruck beträgt

$$P_0 = \varepsilon\, P = 2\,Q$$

das heifst für jedes Pendel Q.

B. Maschinenbau.

1. Heft: Maschinenteile I.
2. „ Maschinenteile II.
3. „ Hebemaschinen.
4. „ Pumpen.
5. „ Dampfkessel.
6a. „ Dampfmaschinen.
6b. „ Schwungräder und Centrifugalregulatoren.
7. „ Göpel.
8. „ Wasserräder.
9. „ Turbinen.
10. „ Statik.
11. „ Dynamik, Hydraulik.
12. „ Festigkeitslehre.
13. „ Elektrotechnik I.
14. „ Elektrotechnik II.
15. „ Darstellende Geometrie I.
16. „ Darstellende Geometrie II.
17. „ Darstellende Geometrie III.
18. „ Buchführung.
19. „ Die schriftlichen Arbeiten des Technikers.

Mathematik.

1. Heft: Arithmetik und Algebra I.
2. „ Arithmetik und Algebra II.
3. „ Stereometrie.
4. „ Planimetrie.
5. „ Trigonometrie.

Jedes der Hefte ist einzeln käuflich und durch jede Buchhandlung, sowie von der Verlagsbuchhandlung beziehbar. Wer sich von vornherein zur Abnahme sämtlicher Hefte eines Faches verpflichtet, erhält solche zum Abonnementspreise, der um mindestens 10 Prozent geringer ist als der Einzelpreis.